

강좌번호:

학번:

이름:

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것. (총점 200점)

문제 1. [단답형] (15점)  $\mathbb{R}^3$ 의 세 벡터

$\mathbf{a} = (1, 2, 2), \quad \mathbf{b} = (-1, k, 6), \quad \mathbf{c} = (0, 1, k)$

가 일차종속이 되게 하는  $k$ 를 모두 구하시오.

문제 2. [단답형] (15점)  $\mathbb{R}^3$ 의 곡선  $X(t) = (\cosh t, \sinh t, e^t) \ (-\infty < t < \infty)$  위의 점  $(1, 0, 1)$ 에서 접촉평면을 구하시오.

1	2	3 (c)

강좌번호:

학번:

이름:

**문제 3.** (30점)  $\mathbb{R}^3$ 의 세 점  $A = (0, 1, 1)$ ,  $B = (1, 0, 1)$ ,  $C = (a, b, c)$ 와 원점  $O = (0, 0, 0)$ 에 대하여 주어진 세 벡터  $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ 는 다음 세 조건을 만족한다. (1)  $|\mathbf{c}| = \sqrt{2}$ , (2)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 1$ ,  $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 1$ , (3)  $\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) > 0$ . 다음 물음에 답하시오.

- (a) (10점)  $\triangle ABC$ 는 정삼각형임을 보이고, 그 넓이를 구하시오.
- (b) (10점) 원점  $O$ 에서 ‘세 점  $A, B, C$ 를 지나는 평면’까지의 거리를 구하시오.
- (c) [단답형: 1면의 해당 답안영역에 답을 쓸것] (10점)  $(\mathbf{a} \times 2\mathbf{b}) \cdot (3\mathbf{a} + 4\mathbf{b} + 5\mathbf{c})$ 를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 4. (20점) 아래에 주어진 선형사상  $L$ 의 행렬  $A$ 를 각각 구하시오.

(a) (10점)  $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $L(1, 1, 1) = (2, 6)$ ,  $L(1, 1, 0) = (3, 4)$ ,  $L(1, 0, 0) = (3, 0)$ .

(b) (10점)  $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{x} \times (t, 0, 0)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

**문제 5.** (20점)  $\mathbb{R}^3$ 의 점  $P(t) = (t, t^2, 0)$  ( $-\infty < t < \infty$ )에서 구면  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 의 중심을 향하여 빛을 쏘았을 때 구면에 맺히는 상 중  $P(t)$ 에 가까운 점을  $X(t)$ 라고 하자. 곡선  $X(t)$  ( $-\infty < t < \infty$ ) 위의 점  $\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, \sqrt{3}-1)$ 에서 접선의 방정식을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 6. (20점) 극좌표로 표현된 곡선

$$X(t) = (r(t), \theta(t)), \quad r(t) = \cos t, \quad \theta(t) = \sin t, \quad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (a) (10점)  $t = 0$ 에서 속도벡터와 가속도벡터를 극좌표로 구하시오.
- (b) (10점) 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 7. (20점) 좌표평면 위의 곡선

$$y^2 - x^2 + y - 2x = e^{y-x}, \quad y - x > \frac{1}{2}$$

를 매개변수  $t = y - x$  로 매개화하고  $t = 1$  일 때 접선의 방정식을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 8. (20점)  $\mathbb{R}^3$ 의 두 번 미분가능한 곡선  $X(t)$ 에 대하여  $X(t) \times X'(t)$ 과  $X(t) \times X''(t)$ 이 모든  $t$ 에 대해 서로 수직이면 원점에 대한 각운동량의 크기가 일정함을 보이시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 9. (20점) 다음 곡선을 생각하자.

$$X(t) = \left( \sqrt{2} \sin 2t, -\sqrt{2} \cos 2t, t \right), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

(a) (10점) 곡선  $X(t)$ 의 길이를 구하시오.

(b) (10점) 곡선  $X(t)$ 의 중심을 구하시오.

(풀이)



강좌번호:

학번:

이름:

문제 10. (20점) 좌표평면 위의 곡선  $X(t)$ 가 다음과 같이 정의되어 있다.

$$X(t) = (3 \cos t, \sin t), \quad 0 \leq t \leq \alpha.$$

이때, 양수  $\alpha$ 는 점  $P = X(0)$ ,  $Q = X(\alpha)$ 에 대해 각  $\angle POQ$ 가  $\frac{\pi}{6}$ 가 되는  $\frac{\pi}{2}$  보다 작은 값이라고 한다. 이 곡선에 대하여 함수  $f(x, y) = xy$ 의 선적분을 구하시오.

(풀이)