

강좌번호:

학번:

이름:

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것. (총점 200점)

문제 1. [단답형] (15점) 좌표평면에서 곡선

$$X(t) = (2t - \sin t, t \sin t), \quad 0 \leq t \leq \pi$$

와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

문제 2. [단답형] (20점) 위 아래가 잘린 원기둥면 $S : x^2 + y^2 = 1$ ($-1 \leq z \leq 2$)에 대하여 S 위의 점 (x, y, z) 에서 곡면의 향이 $\mathbf{n} = (x, y, 0)$ 으로 주어질 때, 다음 벡터장 \mathbf{F} 의 곡면 S 에 대한 면적분 $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 를 구하시오.

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + e^{yz}, y + e^{xz}, z + e^{xy})$$

1	2	3 (a)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 3. (20점) 좌표평면의 두 영역

$$\mathcal{U} = \{(u, v) : f(u, v) \leq 1\}, \quad \mathcal{W} = \{(x, y) : (2x + y)^2 + (3y - x)^2 \leq 49\}$$

을 생각하자. 좌표평면에서 정의된 함수 $G(u, v) = (3u - v, u + 2v)$ 는 영역 \mathcal{U} 를 영역 \mathcal{W} 로 보내는 가역사상이다.

(a) [단답형: 1면의 해당 답안영역에 답을 쓸것] (5점) 함수 $f(u, v)$ 을 구하시오.

(b) (15점) 적분 $\iint_{\mathcal{W}} (2x + y)^2 dx dy$ 을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 4. (30점) 다음 물음에 답하시오.

- (a) (20점) 극좌표계로 주어진 두 영역 $A_1 = \{(r, \theta) : r \leq 1\}$, $A_2 = \{(r, \theta) : 0 \leq r \leq 2 \cos \theta\}$ 에 대해 다음 적분을 구하시오.

$$\iint_{A_1 \cup A_2} \sqrt{4 - x^2 - y^2} \, dxdy$$

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 4. (이어서)

(b) (10점) 극좌표계로 주어진 영역 $\mathcal{R} = \{(r, \theta) : 1 \leq r \leq 1 + \cos \theta\}$ 의 넓이를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 5. (20점) 좌표공간의 영역 $U = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq y\}$ 에 대하여 밀도함수가 $\mu(x, y, z) = z$ 로 주어졌을 때, 영역 U 의 질량중심을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 6. (15점) 안쪽에 원점을 포함하는 좌표평면의 단순폐곡선 C 에 대하여 다음 적분을 구하시오.

$$\int_C \frac{2xy \, dx + (y^2 - x^2) \, dy}{(x^2 + y^2)^2}$$

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 7. (20점) 좌표공간의 영역 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ 와 곡면 $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ 의 공통부분을 S 라고 할 때, 곡면 S 의 넓이를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 8. (20점) 좌표공간의 곡면 $S : x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ($0 \leq z \leq 1$)의 향을 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \leq 0$ 이 되도록 정했을 때 다음과 같이 주어지는 벡터장 \mathbf{F} 에 대하여 면적분 $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 를 구하시오.

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, -y^2, z^2)$$

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 9. (20점) 좌표공간에서 곡면 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ($z \geq 0$)에 대하여 면적분 $\iint_S z(xe^{yz} + ye^{xz} + z^3) \, dS$ 을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 10. (20점) 좌표공간의 곡선 $C(t) = (\sec t, 0, t)$, $-\frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ 를 z 축을 중심으로 회전시킨 회전면 S 에 대하여 면적분 $\iint_S \frac{(x, y, z)}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} \cdot d\mathbf{S}$ 을 구하시오. (단, 곡면 S 의 양은 $z > 0$ 일 때 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} < 0$, $z < 0$ 일 때 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} > 0$ 가 되도록 한다.)

(풀이)