2017 학년도 수학성취도 측정시험 문제지

(2017년 2월 14일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 11번까지는 단답형이고, 12번부터 16번까지는 서술형이다.
- 답안지는 단정한 글씨로 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하여라.

A. 기본문제 (각 **3**점씩, 총 **18**점)

A-1. 두 다항식 $x^3 - 4x^2 + 3x$, $2x^4 - 5x^3 - 3x^2$의 최대공약수는 $\boxed{}$ 이다.

A-2. 좌표평면의 두 점 $A(-2,-1)$, $B(3,4)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표는 $\boxed{}$ 이다.

A-3. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \boxed{}$.

A-4. 함수 $f(x) = \ln(3x-5)$에 대하여 $f'(x) = \boxed{}$ 이다.

A-5. 좌표평면에서 곡선 $y = x^2$과 직선 $x = 2$, 그리고 x-축으로 둘러싸인 영역의 넓이는 $\boxed{}$ 이다.

A-6. 좌표공간의 평면 $2x + 3y - z = 1$ 에 수직이고 점 $(1,0,1)$ 을 지나는 직선을

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{b}$$

로 나타내면, $a + b = \boxed{}$ 이다.

B. 발전문제 (각 **7**점씩, 총 **49**점)

B-7. 함수 $f(x)$가 $f(0) = 0$이고

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)\ln(1-2x^2)}{x^3} = 8$$

이면, $f'(0) = \boxed{}$ 이다.

B-8. 양의 실수 x에 대하여 정의된 함수

$$f(x) = \int_2^{x^2} \sqrt{t^3+1}\,dt + x^2$$

는 미분가능한 역함수 g를 갖는다. 이때, $g'(2) = \boxed{}$ 이다.

B-9. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \int_n^{n+1} \frac{2e^{\frac{2}{x}}}{x^2}\,dx = \boxed{}$.

B-10. $\displaystyle\lim_{m\to\infty} \left(\lim_{n\to\infty} \sum_{k=n+1}^{mn} \frac{n}{k^2} \right) = \boxed{}$.

B-11. 평면에서 거리가 8인 두 점 A, B가 있고, 점 P는 선분 AB와 평행한 또 다른 직선 위를 초속 v로 움직이고 있다 (단, v는 $0 < v < 5$인 상수). 점 P가 $\overline{AC} + \overline{BC} = 10$인 점 C에서 출발하여 2초 후 $\overline{AD} + \overline{BD} = 10$인 점 D에 도착하고 $ABDC$가 사각형을 이룬다고 할 때, 사각형 $ABDC$의 넓이를 v에 대한 식으로 나타내면 $\boxed{}$ 이다.

〈 연습용 여백 〉

★ **12**번부터 **16**번까지는 서술형이다. ★

B-12. 닫힌구간 $[-1,1]$에서 정의된 연속함수 f가 열린구간 $(-1,1)$에서 미분가능하고, 모든 $x \in (-1,1)$ 에 대하여 부등식

$$|f'(x)| \le 1$$

이 성립할 때, $f(-1) = -1$ 이고 $f(1) = 1$이면 $f(x) = x$임을 보여라.

B-13. 좌표평면에서 곡선 $y = 2\cos x$ 위의 두 점 $(t, 2\cos t)$, $(-t, 2\cos t)$ 에서 이 곡선과 접하는 원의 중심을 $(0, f(t))$라 할 때, 극한값 $\lim\limits_{t\to 0} f(t)$를 구하여라.

C. 심화문제 (각**11**점씩, 총 **33**점)

C-14. 임의의 양수 a, b에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보여라.

$$(a+b)^{a+b} \le (2a)^a (2b)^b$$

C-15. 다음 극한값을 구하여라.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{k}$$

C-16. 열린구간 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$에서 정의된 함수 f가 $-\frac{\pi}{2} < x + y < \frac{\pi}{2}$인 임의의 $x, y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$에 대하여 식

$$\big(1 - f(x)f(y)\big) f(x+y) = f(x) + f(y)$$

를 만족할 때, 다음 물음에 답하여라.

(a) $-\frac{\pi}{2} < x + y < \frac{\pi}{2}$인 임의의 $x, y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$에 대하여 $f(x)f(y) \ne 1$임을 보여라.

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 1$이면, 임의의 $a \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$에 대하여 다음 식이 성립함을 보여라.

$$\int_{-a}^{a} (f(x))^2\, dx = 2f(a) - 2a$$

〈 연습용 여백 〉