

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

〈 연습용 여백 〉

문제 1. [20점] 좌표평면에서 네 점  $(4, 2), (5, -1), (-2, -1), (-1, -4)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형  $D$ 에 대하여 다음을 구하시오.

$$\iint_D \frac{(x - 2y + 1)^2}{(3x + y + 8)^2} dx dy$$

문제 2. [20점] 원점이 빠진 좌표평면에서 정의된 벡터장

$$F(x, y) = \left( \arctan \frac{x}{y} \right) \mathbf{i} + \left( \arctan \frac{y}{x} \right) \mathbf{j}$$

가 영역

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \frac{1}{\sqrt{3}}x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$$

의 경계를 빠져나가는 양(flux)을 구하시오.

문제 3. [20점] 다음 적분을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{2y}^2 e^{x^2} dx dy$$

문제 4. [20점] 영역  $D : x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} \leq 1$ 의 경계를 시계 반대 방향으로 도는 곡선  $C$ 에 대하여 다음 선적분을 구하시오.

$$\int_C \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} dy$$

문제 5. [20점] 곡면

$$X(u, v) = ((2 + \sin v) \cos u, (2 + \sin v) \sin u, u + \cos v)$$

위의 점  $X(\pi, 0) = (-2, 0, \pi + 1)$ 에서 접평면의 식을 구하시오.

**문제 6.** [20점] 곡면  $S : x^2 + y^2 - z^2 = 1 (0 \leq z \leq 1)$ 의 밀도함수가  $\mu(x, y, z) = z$  일때,  $S$ 의 질량을 구하시오.

**문제 7.** [20점] 영역  $R : x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ 에 대하여, 벡터장  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + e^{x+y+z}, y - e^{x+y+z}, z)$ 가 영역  $R$ 을 빠져나가는 양을 구하시오.

**문제 8.** [20점] 곡면  $S : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} = 1, z \geq 0$ 와 벡터장  $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz + e^{y+z}, yz + e^{x+z}, -z^2 + 3z + 5)$ 에 대하여,

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

를 구하시오. (단, 곡면  $S$ 의 향은 원점에서 멀어지는 방향이다.)

**문제 9.** [20점] 벡터장  $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2}, -\frac{x}{x^2 + y^2}, 0\right)$ 와 함수  $h(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ 에 대하여,

$$\iint_S \text{curl}(h\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$$

를 구하시오. (단, 곡면  $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ 의 향은 원점에서 멀어지는 방향으로 정한다.)

**문제 10.** [20점] 곡면

$$S : 3x + 2y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

의 경계를  $C$ 라 할 때, 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \cos x^2 \mathbf{i} + (x + yz) \mathbf{j} + (xy - \sin z) \mathbf{k}$$

에 대해  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하시오. (단, 곡면  $S$ 의 향은  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{j} \geq 0$ 을 만족하도록 정한다.)