2009학년도 수학성취도 측정시험

(2009학년도 정시모집 합격생 대상)

2009년 2월 17일, 고사시간 90분

- 1번부터 6번까지는 단답형이고, 7번부터 10번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 깨끗한 글씨로 바르게 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.
- 총 배점은 100점이고, 각 문항의 배점은 단답형은 8점(무답 1점, 오답 0점), 서술형은 13점입니다.

문제 1 한 변의 길이가 1인 정사면체에 외접하는 구의 반지름은 $\boxed{}$ 이다.

[풀이] 답: $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

주어진 정사면체를 $ABCD$ 라고 하고 외접하는 구의 중심을 O 라고 하자. 사면체 $OABC$ 와 $OBCD$, $OACD$, $OABD$ 는 각각의 부피가 같고 이 부피를 모두 합친 것은 정사면체 $ABCD$ 의 부피이므로, 사면체 $OABC$ 의 부피는 정사면체 $ABCD$ 의 부피의 $\dfrac{1}{4}$ 이다. 그러므로 구의 중심 O 에서 삼각형 ABC 에 내린 수선의 길이는 꼭짓점 D 에서 밑면 ABC 에 내린 수선의 길이의 $\dfrac{1}{4}$ 이 되며, 정사면체에 외접하는 구의 반지름은

$$\frac{3}{4} \times (D\text{에서 삼각형 } ABC \text{ 에 내린 수선의 길이})$$

이 된다. G 를 삼각형 ABC 의 무게중심이라 하면

$$\overline{DG}^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

이므로, $\overline{DG} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 이다. 따라서 구하는 외접구의 반지름은 $\dfrac{3}{4} \times \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$ 이다.

문제 2 a가 양의 상수일 때, $x > 0$ 인 범위에서 함수 $y = x^{(x^a)}$ 의 최소값은 $\boxed{}$ 이다.

[풀이] 답: $e^{-\frac{1}{ae}}$

$$y = f(x) = x^{x^a}$$

$$\ln y = x^a \ln x$$

양변을 미분하면,

$$\frac{y'}{y} = ax^{a-1}\ln x + \frac{x^a}{x}$$

이므로

$$y' = x^{x^a}\, x^{a-1}(a\ln x + 1)$$

이다. 따라서 $f'(x)=0$ 을 만족하는 점은 $x=e^{-\frac{1}{a}}$ 이다. 한편 $x<e^{-\frac{1}{a}}$ 에서는 $y'<0$ 이고, $x>e^{-\frac{1}{a}}$ 에서는 $y'>0$ 이므로, $f(x)$ 는 $x=e^{-\frac{1}{a}}$ 에서 최솟값을 갖고 그 값은 $e^{-\frac{1}{ae}}$ 이다.

문제 3 곡선 $y=e^x$ 에 놓여 있는 점 가운데 점 $(t,0)$에 이르는 거리가 최소인 점의 x-좌표를 $f(t)$ 라 하자. 모든 실수 t에 대해서 $f'(t)$ 가 존재한다고 가정하면, $\lim_{t\to\infty} f'(t)=\boxed{}$ 이다.

[풀이] 답: 0

점 $(t,0)$에서 곡선 $y=e^x$ 위의 점 (s,e^s) 까지의 거리 $\sqrt{(t-s)^2+e^{2s}}$ 를 최소로 만드는 s 가 $f(t)$ 가 된다.

주어진 t 에 대하여 점 $(t,0)$ 에서 점 (s,e^s) 까지의 거리의 제곱을 $g(s)=(t-s)^2+e^{2s}$ 이라고 두면 $g'(s)=-2(t-s)+2e^{2s}$ 이다. 거리 $\sqrt{(t-t_1)^2+e^{2t_1}}$ 가 최소이면 함수 $g(s)=(t-s)^2+e^{2s}$ 역시 최소가 되고 최소점은 극점이므로, $g'(f(t))=0$ 이 된다. 따라서 함수 $f(t)$ 는 모든 실수 t 에 대하여

$$-(t-f(t))+e^{2f(t)}=0$$

인 관계를 만족한다. 가정으로부터 모든 실수 t 에 대하여 $f'(t)$ 가 존재한다고 했으므로, 위 관계식을 미분하여 $f'(t)+2e^{2f(t)}f'(t)=0$ 인 관계를 얻는다. 이로부터

$$f'(t)=\frac{1}{1+2e^{2f(t)}}$$

임을 알 수 있다. 한편, $t\to\infty$ 일 때, $f(t)\to\infty$ 이므로

$$\lim_{t\to\infty} f'(t)=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{1+2e^{2f(t)}}=0$$

이다.

(별해) 점 $(t,0)$ 과 곡선 $y=e^x$ 에 놓인 점 사이의 거리가 최소이기 위해서는 주어진 점과 곡선 위의 점을 잇는 선분이 곡선과 수직이어야 한다. 점 $(f(t),e^{f(t)})$ 에서 곡선 $y=e^x$ 의 접선의 기울기는 $e^{f(t)}$ 이므로,

$$e^{f(t)}\cdot\frac{e^{f(t)}-0}{f(t)-t}=-1$$

이다. 따라서 $e^{2f(t)}+f(t)-t=0$ 이며, $f'(t)=\dfrac{1}{1+2e^{2f(t)}}$ 에서

$$\lim_{t\to\infty} f'(t)=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{1+2e^{2f(t)}}=0$$

이 된다.

문제 4 제 1 사분면에서 타원 $(x/a)^2+(y/b)^2=1$ 에 놓여 있는 점 가운데 그 점에서 타원에 접하는 직선과 두 좌표축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 최소로 하는 것의 좌표는 $\boxed{}$ 이다. 단, $a,b>0$.

[풀이] 답: $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right)$
타원 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

이고, 이 직선의 x 절편과 y 절편은 각각 $\frac{a^2}{x_1}, \frac{b^2}{y_1}$ 이다. 따라서 타원에 접하는 직선과 두 좌표축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\frac{a^2b^2}{x_1y_1}$ 이다. $x_1 > 0$, $y_1 > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균 사이의 관계로부터

$$\frac{1}{2}\frac{ab}{x_1y_1}ab \geq \frac{1}{\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2}}ab$$

이고, 등식은 $\frac{a}{x_1} = \frac{b}{y_1}$ 일 때 성립하게 된다. 점 (x_1, y_1) 이 타원 위의 점이기 때문에 $\frac{{x_1}^2}{a^2} + \frac{{y_1}^2}{b^2} = 1$ 인 관계를 만족한다는 사실을 이용하면, 삼각형의 면적은 $(x_1, y_1) = \left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right)$ 일 때 최소가 됨을 알 수 있다.

문제 5 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 두 번 미분 가능하고 또한 $f''(x)$ 가 연속이라 가정하자. $f(0) = f'(0) = 1$ 이 성립하고, 모든 x에 대해서 $f(x) + f(1-x) = 0$ 이 성립하면, 적분 $\int_0^1 (1-x)^2 f''(x)\,dx$ 의 값은 $\boxed{}$ 이다.

[풀이] 답: -3

$$\begin{aligned}
\int_0^1 (1-x)^2 f''(x)\,dx &= \Big[(1-x)^2 f'(x)\Big]_0^1 + 2\int_0^1 (1-x)f'(x)\,dx \\
&= -f'(0) + \Big[2(1-x)f(x)\Big]_0^1 + 2\int_0^1 f(x)\,dx \\
&= -f'(0) - 2f(0) + 2\int_0^1 f(x)\,dx \\
&= -3 + 2\int_0^{1/2} f(x)\,dx + 2\int_{1/2}^1 f(x)\,dx \\
&= -3 + 2\int_0^{1/2} f(x)\,dx - 2\int_{1/2}^1 f(1-x)\,dx \quad (\because f(x) + f(1-x) = 0\ ) \\
&= -3 + 2\int_0^{1/2} f(x)\,dx + 2\int_{1/2}^0 f(t)\,dt \quad (\ t := 1-x \text{ 로 치환하여 적분}) \\
&= -3
\end{aligned}$$

문제 6 $n = 1, 2, 3, \ldots$ 에 대하여, n을 넘지 않는 자연수 a, b, c, d 를 (중복을 허용하여) 임의로 택했을 때 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재할 확률을 P_n이라 하면, $\lim_{n\to\infty} P_n =$ $\boxed{}$ 이다.

[풀이] 답: 1

Q_n 을 주어진 행렬이 역행렬을 갖지 않을 확률이라고 하자. 행렬식 $ad - bc$ 가 0 이면 행렬의 역행렬이 존재하지 않기 때문에, 주어진 a, b, c 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않게 하는 자연수 d 는 많아야 하나 존재한다. 그러므로

$$0 \le Q_n \le \frac{n^3}{n^4} = \frac{1}{n}$$

이고, $\lim\limits_{n\to\infty} Q_n = 0$ 이다. 따라서

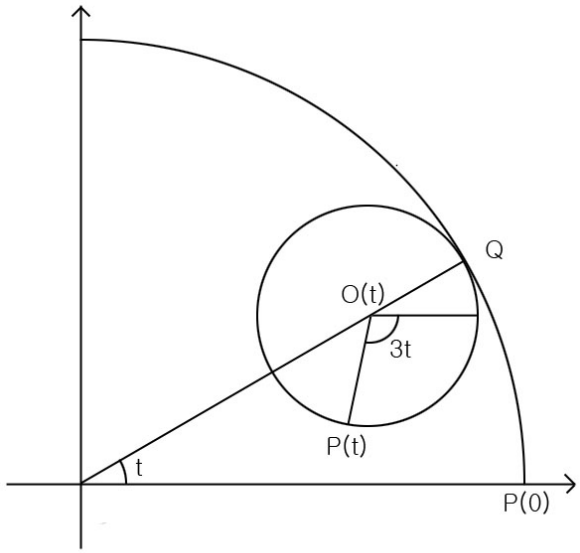
$$\lim_{n\to\infty} P_n = \lim_{n\to\infty} (1 - Q_n) = 1$$

이다.

문제 7 반지름이 4인 원에 내접하면서 반지름이 1인 원이 굴러갈 때, 작은 원에 놓인 한 점의 자취의 길이를 구하시오.

[풀이] 답 : 24

주어진 반지름이 4인 원 C_1 의 중심을 원점으로 하는 좌표계를 선택하자. 그리고 작은 원 C_2 에 놓인 점 P 가 원이 움직이기 시작할 때의 위치를 $(4, 0)$ 이라고 하자.



원 C_2 의 중심과 x 축이 이루는 각을 t 라고 하면, C_2 가 C_1 의 내부에서 시계방향으로 굴러갈 때 C_2 의 중심의 좌표 $O(t)$ 는 $(3\cos t, 3\sin t)$ 가 된다. 이때 점 $P(t)$ 와 원 C_1, 원 C_2 의 접점 Q 사이의 호의 길이는 $P(0)$ 와 Q 사이의 호의 길이 $4t$ 와 같고, 따라서 $P(t)$ 와 x 축 방향 사이의 각은 $-3t$ 가 된다. 그러므로 $\overrightarrow{O(t)P(t)} = (\cos(-3t), \sin(-3t))$이고,

$$P(t) = (3\cos t, 3\sin t) + (\cos(-3t), \sin(-3t)) = (3\cos t + \cos 3t, 3\sin t - \sin 3t)$$

이다.

원 C_2 가 원 C_1 의 내부에서 한바퀴 구를 때 각 t 의 범위는 $0 \le t \le 2\pi$ 이고, 곡선의 x, y 좌표가 $x(t)$, $y(t)$ 일 때 곡선의 길이는 속력의 적분이므로

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt &= \int_0^{2\pi} \sqrt{(-3\sin t - 3\sin 3t)^2 + (3\cos t - 3\cos 3t)^2} dt \quad (*) \\
&= \int_0^{2\pi} \sqrt{9 + 18\sin 3t \sin t - 18\cos t \cos 3t + 9} \\
&= \int_0^{2\pi} \sqrt{18(1 - \cos 4t)}\, dt \\
&= \int_0^{2\pi} \sqrt{18 \cdot 2\sin^2 2t}\, dt \\
&= \int_0^{2\pi} 6|\sin 2t|\, dt \\
&= 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} 6\sin 2t\, dt \\
&= 24\left[-\frac{\cos 2t}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 24
\end{aligned}$$

따라서 답은 24이다.

[채점기준] 곡선의 매개화 $P(t)$ 의 식을 잘 구하면 7점. C_1 의 좌표가 어디인지, C_2 가 어느 위치에서 출발하고 특히 점 $P(0)$ 가 어디인지에 따라서 매개화는 조금씩 달라질 수 있음.
곡선의 길이가 속력의 적분으로 표현됨을 알고, 주어진 상황에 맞추어 계산 가능한 적분식으로 나타내면 10점. 즉, 적분 범위, 적분해야 할 식 등이 모두 명확하게 나타나 있는 (*)에 해당하는 식이 있어야 10점.
최종적으로 적분을 잘 계산하고, 옳은 답까지 도출해 내면 13점. 단, 적분의 계산 과정에서 실수가 있는 경우 답이 맞아도 10점.

[채점소감]

- 자신이 무엇을 하고 싶은지가 명확하게 드러나 있는 답을 쓰도록 노력합시다. 옳은 답을 도출해낸 모든 학생들이 좌표계를 도입하여 계산을 했지만, C_2 는 어느 위치에서 출발하는지, 동점 P 가 어느 점에서 출발하는지, 원의 내부에서 시계방향으로 회전하는지 반시계방향으로 회전하는지 등을 언급한 학생은 거의 없었습니다. 이런 정보들을 표시하는 것은 실제로 문제를 푸는 과정에 있어서도 실수를 줄일 수 있게 해

줍니다. 많은 학생들이 점 P 의 좌표를 구하는 과정에서, 위의 정보들을 명확하게 하지 않아 $cosine$과 $sine$을 혼동해서 틀렸습니다.

- 일부 학생들의 답안은 점 P 의 자취의 매개화가 왜 저러한 식으로 나오는지에 대한 설명이 없거나 매우 부족했습니다. 자취의 매개화를 구하는 아이디어를 짤막하게라도 쓰는 것이 좋겠습니다.
- 계산 과정을 자세히 쓰도록 합시다. 계산 과정을 생략하는 경우, 우선 검산할 때 어디서부터 틀렸는지 찾아내기가 힘들고, 또한 부분 점수를 받을 때에도 불이익을 받을 수 있습니다. 특히 위의 문제에서 중요한 단계인 (*)에 해당하는 식은 반드시 쓰도록 합시다. (*)에 해당하는 식 없이 적분의 계산식을 정리해서 쉬운 식으로 쓴 경우, 계산의 실수가 있어서 식이 잘못되었다면 당연히 (*)에 해당하는 점수를 받을 수 없습니다.
- 일부 학생들의 경우, 수학 문제의 답안은 반드시 등호나 부등호로 연결된 수식만으로 이루어져야 한다고 생각하는 것 같습니다. 필요하다면 줄글로 이유를 설명해도 되고(오히려 권장합니다), 그림을 그려서 설명해도 좋습니다. 단, 항상 문제 풀이를 읽는 사람의 입장에서 이 그림과 이 기호가 무슨 의미인지 명확하게 써야 합니다. 나 이외에 다른 사람이 이해할 수 없다면, 그 답안은 좋은 답안이 아닙니다.
- 글씨를 깨끗하게 씁시다.

문제 8 주어진 부등식으로 나타내어진 영역을 y-축의 둘레로 회전하여 얻은 입체의 부피를 구하시오.

$$0 \leqq x \leqq 3, \quad y(x^2 - 3x + 2 - y) \geqq 0$$

[풀이] 답: $\dfrac{11}{2}\pi$

(1) 주어진 영역을 y-축의 둘레로 회전하여 얻은 입체의 부피 V는

$$\begin{aligned} V =& \pi \int_0^2 \left(-\sqrt{y+\frac{1}{4}}+\frac{3}{2}\right)^2 dy \\ &+ \pi \int_{-1/4}^0 \left\{ \left(\sqrt{y+\frac{1}{4}}+\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\sqrt{y+\frac{1}{4}}+\frac{3}{2}\right)^2 \right\} dy \\ &+ \pi \int_0^2 \left\{ 9 - \left(\sqrt{y+\frac{1}{4}}+\frac{3}{2}\right)^2 \right\} dy \\ =& \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi + \frac{9}{2}\pi = \frac{11}{2}\pi \end{aligned}$$

(2) 파푸스의 정리를 이용하여 회전체의 부피를 구할 수도 있다. 주어진 영역의 면적은

$$\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{11}{6}$$

이고, 영역이 $x = \frac{3}{2}$ 에 대하여 대칭이므로 영역의 무게중심과 y 축 사이의 거리는 $\frac{3}{2}$ 이다. 따라서 파푸스의 정리로부터 회전체의 부피는 $V = 2\pi \times \frac{3}{2} \times \frac{11}{6}\pi = \frac{11}{2}\pi$ 이다.

(3) Shell method(원기둥 껍질법):

$$V = 2\pi \times \int_0^3 |xf(x)| dx = 2\pi \times \int_0^3 |x(x^2 - 3x + 2)| dx = \frac{11}{2}\pi$$

[채점기준]

- 식이 맞으나 계산이 틀린 경우 8점
- 식에 사소한 실수가 있는 경우(π가 빠져있는 등) -4점

[채점소감] 많은 학생들이 파푸스의 정리 혹은 Shell Method(원기둥 껍질법, 사실은 극좌표를 이용한 방법) 등을 사용하여 문제를 풀었습니다. 이 방법들은 1학년 교양과목인 미적분학에서 배우게 되는 내용입니다. 그 중 공식을 외워서 풀다가 실수를 해서 틀리는 학생들이 많았는데, 굳이 공식을 사용하지 않더라도 쉽게 풀리는 문제였기 때문에 꼭 공식을 사용하려고 하기 보다는 스스로 생각해서 풀어내려고 하는 것이 더 도움이 될 것입니다.

문제 9 공간에 놓여 있는 두 직선 g_1 과 g_2 에 대해서, g_1 위에 있는 점 P_1 과 g_2 위에 있는 점 P_2 사이의 거리의 최소값을 $d(g_1, g_2)$ 로 나타내자. 좌표공간에서 직선 g_1 이 다음과 같이 주어졌다.

$$g_1 : x - 1 = y = z - 1$$

이 때, 다음 두 조건을 만족시키는 직선 g_2 를 모두 구하시오.

(가) g_2 는 점 $A(-1, 1, 0)$ 을 지난다.

(나) g_3 가 점 $A(-1, 1, 0)$ 을 지나면 $d(g_1, g_3) \leqq d(g_1, g_2)$.

[풀이] 답: $\frac{x+1}{a} = \frac{y-1}{b} = \frac{z}{c}, \quad 4a - 5b + c = 0$

1단계: 점 $A(-1, 1, 0)$에서 직선 g_1에 내린 수선의 발을 H라 하면, 점 H는 직선 $g_1 : x - 1 = y = z - 1$ 위의 점이므로 $H(t+1, t, t+1)$로 놓을 수 있다.(단, t는 실수)

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OA} = (t+2, t-1, t+1)$$

이 벡터와 직선 g_1의 방향벡터 $\overrightarrow{d} = (1, 1, 1)$는 수직이므로

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{d} = (t+2, t-1, t+1) \cdot (1, 1, 1) = 3t + 2 = 0$$

가 된다. 그러므로 $t = -\frac{2}{3}$이고, $H(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$이다. 따라서 $\overrightarrow{AH} = (\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}(4, -5, 1)$, $d(g_1, A) = \overline{AH} = \frac{1}{3}\sqrt{4^2 + (-5)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{42}}{3}$이다. 두 직선 사이의 거리의 정의에 의하여 점 A를 지나는 직선 g_2에 대하여 $d(g_1, g_2) \leq \frac{\sqrt{42}}{3} = d(g_1, A)$이 성립한다. 한편 만약 g_3를 $x + 1 = y - 1 = z$라 두면 $d(g_1, g_3) = \frac{\sqrt{42}}{3} \leq d(g_1, g_2)$이므로 $d(g_1, g_2) = \frac{\sqrt{42}}{3}$

2단계: 점 A를 지나고 직선 g_1과의 거리가 $\frac{\sqrt{42}}{3}$인 직선은 벡터 $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}(4, -5, 1)$를 법선벡터로 가지며 점 A를 지나는 평면 위에 놓여야 한다. 따라서 직선 g_2는 평면 $4x - 5y + z + 9 = 0$ 위에 놓이며 점 A를 지나는 다음 직선들 모두이다:

$$\frac{x+1}{a} = \frac{y-1}{b} = \frac{z}{c}, \qquad 4a - 5b + c = 0.$$

[채점기준]

- 1단계의 설명이 포함되어 있거나 주어진 직선 g_2가 점 A에서 g_1에 내린 수선을 법선으로 갖는 평면 위의 직선 중에서 점 A를 지나는 직선임을 논리적으로 언급하였을 경우: 5점.
- 2단계에서 평면을 구체적으로 구했을 경우: 8점(단, 계산 실수는 -4점)

[채점소감] 답안을 작성하지 않은 학생이 상당수였다. 주어진 문제는 조건 (가),(나)를 만족하는 직선이 평면 위의 직선들 중에서 점 A를 지나는 직선들임을 논리적으로 서술하는 문제임에도 불구하고, 논리적인 설명 없이 평면의 식만 제시해 놓은 답안도 많았다.

문제 10 좌표평면에서 중심의 좌표가 $(0, t)$ 인 원이 쌍곡선

$$x^2 - y^2 = 1$$

에 접할 때, 원의 반지름 $r(t)$ 를 구하고 적분

$$\int_0^{\sqrt{2}} r(t)\, dt$$

의 값을 구하시오.

[풀이] 답: $r(t) = \sqrt{\frac{t^2}{2} + 1}$, $\quad \int_0^{\sqrt{2}} r(t)\, dt = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\ln(1 + \sqrt{2})$

점 $(0, t)$가 중심이고 반지름 r인 원 $x^2 + (y - t)^2 = r^2$이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$과 접하기 위해서는 교점의 y좌표가 중근을 가져야 한다. 따라서 y에 관한 방정식

$$(y^2 + 1) + (y - t)^2 - r^2 = 2y^2 - 2ty + t^2 - r^2 + 1 = 0$$

의 판별식은

$$D/4 = t^2 - 2(t^2 - r^2 + 1) = -t^2 + 2r^2 - 2 = 0$$

을 만족해야 하고, 이로부터 $r = r(t) = \sqrt{\dfrac{t^2}{2} + 1}$ 을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\int_0^{\sqrt{2}} r(t)\,dt &= \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{t^2}{2} + 1}\,dt \quad (t = \sqrt{2}\tan\theta) \\
&= \sqrt{2}\int_0^{\pi/4} \sqrt{\tan^2\theta + 1}\,\sec^2\theta\,d\theta \\
&= \sqrt{2}\int_0^{\pi/4} \sec^3\theta\,d\theta \quad (u := \sin\theta) \\
&= \sqrt{2}\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{du}{(1-u^2)^2} \\
&= \frac{\sqrt{2}}{4}\int_0^{1/\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(1-u)^2} + \frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{1-u} + \frac{1}{1+u}\right) du \\
&= \frac{\sqrt{2}}{4}\left[\frac{1}{1-u} - \frac{1}{1+u} + \ln\left|\frac{1+u}{1-u}\right|\right]_0^{1/\sqrt{2}} \\
&= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\ln(1+\sqrt{2})
\end{aligned}$$

(참고) 적분공식

$$\int \sec^3 x\,dx = \frac{1}{2}\tan x\sec x + \frac{1}{2}\int \sec x\,dx = \frac{1}{2}\tan x\sec x + \frac{1}{2}\ln|\tan x + \sec x| + C$$

을 이용하여 적분값을 계산할 수도 있다.

[채점기준]

- $r(t)$를 정확하게 구했을 때 6점.
- 적분을 정확하게 계산했을 때 7점. 중간 계산 과정에 대한 부분점수는 없음.

[채점소감] 고등학교 미적분학 지식으로 구할 수 있는 적분임에도 많은 학생들이 계산을 하지 못하는 것을 보았습니다. 계산을 잘 합시다.