2009학년도 수학성취도 측정시험 (정시) 문제지

(2009년 2월 17일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 6번까지는 단답형이고, 7번부터 10번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 깨끗한 글씨로 바르게 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.
- 총 배점은 100점이고, 각 문항의 배점은 단답형은 8점(무답 1점, 오답 0점), 서술형은 13점입니다.

1. 한 변의 길이가 1인 정사면체에 외접하는 구의 반지름은 $\boxed{}$ 이다.

2. a가 양의 상수일 때, $x > 0$ 인 범위에서 함수 $y = x^{(x^a)}$ 의 최소값은 $\boxed{}$ 이다.

3. 곡선 $y = e^x$ 에 놓여 있는 점 가운데 점 $(t, 0)$에 이르는 거리가 최소인 점의 x-좌표를 $f(t)$ 라 하자. 모든 실수 t에 대해서 $f'(t)$ 가 존재한다고 가정하면, $\lim_{t\to\infty} f'(t) =$ $\boxed{}$ 이다.

4. 제 1 사분면에서 타원 $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$ 에 놓여 있는 점 가운데 그 점에서 타원에 접하는 직선과 두 좌표축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 최소로 하는 것의 좌표는 $\boxed{}$ 이다. 단, $a, b > 0$.

5. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 두 번 미분 가능하고 또한 $f''(x)$ 가 연속이라 가정하자. $f(0) = f'(0) = 1$ 이 성립하고, 모든 x에 대해서 $f(x) + f(1-x) = 0$ 이 성립하면, 적분 $\int_0^1 (1-x)^2 f''(x)\,dx$ 의 값은 $\boxed{}$ 이다.

6. $n = 1, 2, 3, \ldots$ 에 대하여, n을 넘지 않는 자연수 a, b, c, d 를 (중복을 허용하여) 임의로 택했을 때 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재할 확률을 P_n이라 하면, $\lim_{n\to\infty} P_n =$ $\boxed{}$ 이다.

〈 연습용 여백 〉

7. 반지름이 4인 원에 내접하면서 반지름이 1인 원이 굴러갈 때, 작은 원에 놓인 한 점의 자취의 길이를 구하시오.

8. 주어진 부등식으로 나타내어진 영역을 y-축의 둘레로 회전하여 얻은 입체의 부피를 구하시오.

$$0 \leqq x \leqq 3, \quad y(x^2 - 3x + 2 - y) \geqq 0$$

9. 공간에 놓여 있는 두 직선 g_1 과 g_2 에 대해서, g_1 위에 있는 점 P_1 과 g_2 위에 있는 점 P_2 사이의 거리의 최소값을 $d(g_1, g_2)$ 로 나타내자. 좌표공간에서 직선 g_1 이 다음과 같이 주어졌다.

$$g_1 : x - 1 = y = z - 1.$$

이 때, 다음 두 조건을 만족시키는 직선 g_2 를 모두 구하시오.

(가) g_2 는 점 $A(-1, 1, 0)$ 을 지난다.

(나) g_3 가 점 $A(-1, 1, 0)$ 을 지나면 $d(g_1, g_3) \leqq d(g_1, g_2)$.

10. 좌표평면에서 중심의 좌표가 $(0, t)$ 인 원이 쌍곡선

$$x^2 - y^2 = 1$$

에 접할 때, 원의 반지름 $r(t)$ 를 구하고 적분

$$\int_0^{\sqrt{2}} r(t)\, dt$$

의 값을 구하시오.

〈 연습용 여백 〉