2009학년도 수학성취도 측정시험 (수시) 문제지

(2008년 12월 18일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 6번까지는 답답형이고, 7번부터 10번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 깨끗한 글씨로 바르게 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.
- 총 배점은 100점이고, 각 문항의 배점은 단답형은 8점(무답 2점, 오답 0점), 서술형은 13점입니다.

1. 좌표공간에서 세 점 $A(1,1,1)$, $B(0,2,3)$, $C(1,3,4)$ 을 지나는 평면과 방정식 $x+y-2z=1$ 로 주어진 평면이 이루는 각 가운데 예각의 코사인 값은 $\boxed{}$ 이다.

2. 점 $(4,-\frac{1}{2})$ 에서 포물선 $y=x^2$ 에 이르는 최단거리는 $\boxed{}$ 이다.

3. 타원 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 위의 점 (a,b) 에서 타원에 수직인 직선이 x축과 만나는 점은 $\boxed{}$ 이다. 단 $b \neq 0$.

4. $\displaystyle\lim_{A\to\infty}\int_0^A x^2e^{-x}\,dx = \boxed{}$.

5. 길이가 2인 선분 L 을 지름으로 하는 원에서 L 과 직교하며 또한 L 을 n 등분하는 현 $n-1$ 개의 길이의 평균을 A_n 이라 하면, $n\to\infty$ 일 때 A_n 의 극한은 $\boxed{}$ 이다.

6. 좌표공간에서 반지름이 $1/2$ 이고 중심이 각각 $O(0,0,0)$, $A(1,2,-1)$, $B(2,1,1)$, $C(1,0,-3)$ 인 네 개의 구에 공통으로 외접하는 구의 중심은 $\boxed{}$ 이고, 반지름은 $\boxed{}$ 이다.

〈 연습용 여백 〉

7. 반지름이 $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ 이고 높이가 2인 직원뿔을 꼭지점을 지나고 밑면에 평행한 직선의 둘레로 회전시켜 얻은 입체의 부피를 구하시오.

8. 좌표평면에 주어진 세 점 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ 에 대해서

$$y_1 \le y_2 \le y_3$$

및

$$|y_i - y_j| \ge |x_i - x_j| \qquad (i, j = 1, 2, 3)$$

이 성립한다. 이 때

$$\overline{P_iP_j} = \sqrt{(y_i - y_j)^2 - (x_i - x_j)^2}$$

으로 정의하면,

$$\overline{P_1P_3} \ge \overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_3}$$

이 성립함을 증명하시오.

9. 함수 $y = f(x)$ 가 구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고, 이 구간에 속한 모든 x 에 대해서

$$f(x)^3 - 2f(x)^2 - f(x) + 2 \ge 0$$

이 성립한다. 이 때, $f(0) = 0$ 이면, 구간 $[0, 1]$ 에 속한 모든 x 에 대해서

$$-1 \le f(x) \le 1$$

이 성립함을 증명하시오.

10. 함수 $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \ldots$ 가 다음과 같이 귀납적으로 정의 되었다.

$$f_1(x) = \sin x + \cos 4x, \quad f_{n+1} = x\int_{\pi}^{x} f_n(t)\,dt + f_n(x)^2.$$

수열 $\{f_n'(\pi)\}$ 의 일반항 $f_n'(\pi)$ 를 구하시오.

〈 연습용 여백 〉