

2010학년도 수학성취도 측정시험 (수시) 문제지
(2009년 12월 18일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 6번까지는 답답형이고, 7번부터 10번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 깨끗한 글씨로 바르게 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.

〈 연습용 여백 〉

1. 함수 $f(x) = \sum_{n=1}^{10} \sin \frac{x}{n}$ 의 주기는 이다.

2. 실수 전체의 집합 \mathbb{R} 에서 정의된 함수 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 을 자신과 합성한 것을 f^2 로 쓰고, 일반적으로

$$f^{n+1} = f \circ f^n \quad (n = 2, 3, \dots)$$

으로 정의한다. 만약

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (x < \frac{1}{2}) \\ 2 - 2x & (x \geq \frac{1}{2}) \end{cases}$$

이면, 정적분 $\int_0^1 f^{2010}(x) dx$ 의 값은 이다.

3. 좌표평면에서 중심이 $(3\sqrt{2}, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원의 내부를 직선 $y = x$ 를 축으로 하여 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는 이다.

4. 모든 실수 x 에 대해서 $\int_x^{x+1} f(t) dt = x^2$ 을 만족시키는 다항식 $f(x)$ 는 이다.

5. 좌표공간에서 두 점 $A = (1, 2, 3)$, $B = (4, 5, 6)$ 에 대해 곡선

$$X(t) = (\sin^2 t)A + (\cos^2 t)B \quad 0 \leqq t \leqq \frac{\pi}{2}$$

의 길이는 이다.

6. 좌표공간에서 원점을 O , x 축 위의 한 점을 X , y 축 위의 한 점을 Y , z 축 위의 한 점을 Z 라고 하자. $\triangle OYZ$, $\triangle OZX$, $\triangle OXY$ 의 넓이가 각각 a, b, c 일 때, $\triangle XYZ$ 의 넓이는 이다.

7. 반지름의 길이가 r 인 원의 내부에 점 P 가 있다. P 를 지나고 서로 수직인 두 직선을 그어 원과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라 할 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 + \overline{PD}^2$ 을 구하라.

8. 좌표평면에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 밖의 점 P 에서 타원을 향해 그은 두 접선의 사잇각이 둔각이라고 한다. 이러한 점 P 들로 이루어진 영역의 넓이는 얼마인가?

9. 반지름의 길이가 r 인 구의 내부에, 밑면이 정 n 각형인 각뿔을 부피가 최대가 되도록 넣을 때, 이 최대 부피 V_n 과 $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ 을 구하라.

10. 자연수 n 과 $r = 0, 1, \dots, n$ 에 대해서 다음 등식을 증명하라.

$$\int_0^1 x^r (1-x)^{n-r} dx = \frac{1}{(n+1) {}_n C_r}.$$