

2011학년도 수학성취도 측정시험(정시) 문제지
(2011년 2월 15일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 11번까지는 단답형이고, 12번부터 16번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 깨끗한 글씨로 바르게 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.

〈연습용 여백〉

A. 기본문제(각3점씩, 총 18점)

A-1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 1}{(n-1)(2n+1)^2} = \boxed{}$.

A-2. 함수 $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^2} + \ln x$ 의 도함수 $f'(x) = \boxed{}$ 이다.

A-3. $\int_1^e x \ln x dx = \boxed{}$.

A-4. 행렬 $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬은 $\boxed{}$ 이다.

A-5. 벡터 \vec{a}, \vec{b} 의 크기가 각각 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ 이고, $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$ 이면 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{}$ 이다.

A-6. 좌표공간에서 두 점 $(2, 1, 4)$ 와 $(1, 2, 1)$ 을 지나는 직선이 xy 평면과 만나는 점의 좌표는 $\boxed{}$ 이다.

B. 발전문제(각7점씩, 총 49점)

B-7. $\int e^{\sqrt{x}} dx = \boxed{}$.

B-8. 공간에서 세 점 A, B, C 가 $|\overrightarrow{AB}| = 2, |\overrightarrow{AC}| = 3, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -1$ 을 만족시킬 때, 점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 두 실수 s, t 가

$$\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$$

를 만족시키면 $s = \boxed{}, t = \boxed{}$ 이다.

B-9. 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2 \ln x + \frac{a}{x} - x$ 가 극댓값과 극솟값을 모두 가지도록 하는 실수 a 의 범위는 $\boxed{}$ 이다.

B-10. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 과 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 부분 중 그 크기가 작은 영역의 넓이는 $\boxed{}$ 이다.

B-11. 단위원 내부 $x^2 + y^2 < 1$ 에 있는 점들 중에서, 준선이 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하고 초점이 원점인 어떤 포물선에도 놓여 있지 않은 점들로 이루어진 영역의 넓이는 $\boxed{}$ 이다.

- B-12. 좌표공간에서 원점 O 와, 원 $x^2 + y^2 = 9, z = 0$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여,

$$\overline{OQ} : \overline{QP} = 2 : 1$$

을 만족시키는 점 Q 의 자취의 부피를 구하시오.

- B-13. 양수 x 에 대하여 적분 $\int_0^x t \sin t dt$ 의 값을 $f(x)$ 로 두면, 모든 자연수 k 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 이 구간 $(k\pi, (k+1)\pi)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보이시오.

C. 심화문제(각11점씩, 총 33점)

- C-14. 좌표공간에서 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 과 평면 $x + 2y + z - 1 = 0$ 의 공통부분은 원이다. 이 원 위의 점 P 와 점 $A(0, 0, -2)$ 사이의 거리의 제곱 \overline{PA}^2 의 최솟값, 최댓값을 구하시오.

- C-15. 실수 a, b, c, d 에 대하여 부등식

$$|\ln(e^a + e^b) - \ln(e^c + e^d)| \leq \max\{|a - c|, |b - d|\}$$

을 증명하시오. (여기에서 $\max\{\alpha, \beta\}$ 는 두 수 α, β 중 작지 않은 수를 뜻한다.)

- C-16. 행렬

$$\begin{pmatrix} (x+y)p - 1 & 1-p \\ p & (x-y)(1-p) - 1 \end{pmatrix}$$

가 $x^2 - y^2 = 1$ 인 모든 실수 x, y (단, $x \neq 1$)에 대하여 역행렬을 가지도록 하는 실수 p 의 값을 모두 구하시오.