

# 2011학년도 수학성취도 측정시험 (수시) 문제지

(2010년 12월 17일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 11번까지는 단답형이고, 12번부터 16번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 깨끗한 글씨로 바르게 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.

〈연습용 여백〉

## A. 기본문제(각3점씩, 총 18점)

A-1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 + 9} = \boxed{\quad}$ .

A-2. 함수  $f(x) = x^5 + 2x^{\frac{3}{2}}$  의 도함수  $f'(x) = \boxed{\quad}$  이다.

A-3. 정적분  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$ 의 값은  $\boxed{\quad}$  이다.

A-4. 행렬  $F = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  와  $G = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $H$ 가  $FHF^{-1} = G$  를 만족하면,  $H^{10} = \boxed{\quad}$  이다.

A-5. 좌표공간 위의 세 점  $O(0,0,0), A(1, -1, 0), B(2, 1, 3)$ 에 대하여  $\angle AOB = \theta$  이면,  $\cos \theta = \boxed{\quad}$  이다.

A-6. 평면  $x - 3y + z = 3$  과 직선  $x = y = z - 1$ 의 교점은  $\boxed{\quad}$  이다.

## B. 발전문제(각7점씩, 총 49점)

B-7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} \frac{1}{n} \cos \frac{k\pi}{n} \sin \frac{2k\pi}{n} = \boxed{\quad}$ .

B-8.  $\frac{d}{dx} \int_{\ln x}^{x^2} \sqrt{1+t^4} dt = \boxed{\quad}$ .

B-9. 좌표공간에서 입체도형  $S$  가 다음과 같이 정의되어 있다.

$$S = \left\{ (x, y, z) \mid \frac{x^2}{2t} + y^2 \leq 1, z = t, \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \right\}$$

이 때,  $S$  의 부피는  $\boxed{\quad}$  이다.

B-10.  $\int_0^{\pi} e^{2x} \sin 3x dx = \boxed{\quad}$ .

B-11. 벡터  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  의 크기가 각각  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{7}, |\vec{c}| = 1$  이고 등식  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  을 만족한다. 이 때  $\vec{a}$  와  $\vec{c}$  가 이루는 각의 크기는  $\boxed{\quad}$  이다.

★ 12번부터 16번까지는 서술형입니다. ★

〈연습용 여백〉

- B-12. 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  의 두 초점  $A, B$  와 타원 위의 점  $P$ 에 대하여 두 선분  $\overline{AP}, \overline{BP}$ 의 길이의 곱의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

- B-13. 다음 세 조건을 모두 만족하는 함수  $f(x)$  를 구하시오.

- (a)  $f(x)$  는 실수 전체에서 연속이다.
- (b)  $f(0) = 3$ .
- (c) 모든 실수  $x$  에 대하여  $f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$  이다.

### C. 심화문제(각11점씩, 총 33점)

- C-14. 실수 전체에서 미분가능한 단조증가함수  $f(x)$  와  $g(x)$  가 다음 조건을 만족한다.

- (1)  $f(0) = 2, f(1) = 3$ .
- (2) 도함수  $f'(x)$  는 연속이다.
- (3) 모든  $x \in [0, 1]$  에 대하여  $f(x)^2 - g(x)^2 = 1$  이다.

아래 적분값을 구하시오.

$$\int_0^1 \frac{f(x)g'(x) - f'(x)g(x)}{f(x)^2 g(x)} dx$$

- C-15. 좌표공간에 들어있는 반지름이 1인 구면 위에서 움직이는 세 점  $A, B, C$ 에 대하여 내적  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 의 최솟값을 구하시오.

- C-16.  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  으로 주어질 때, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n \leq a_{n+1}$  이 성립함을 보이시오.