

# 2012학년도 수학성취도 측정시험 (수시) 문제지

(2011년 12월 16일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 11번까지는 단답형이고, 12번부터 16번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 단정한 글씨로 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.

〈연습용 여백〉

## A. 기본문제(각3점씩, 총 18점)

A-1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = \boxed{\quad}$ .

A-2. 함수  $f(x) = (\sqrt{x} + x^3)^{2012}$  의 도함수  $f'(x) = \boxed{\quad}$  이다.

A-3. 정적분  $\int_2^4 \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$ 의 값은  $\boxed{\quad}$  이다.

A-4.  $f(1, 2) = (-3, 1)$ 이고,  $f(4, 1) = (1, 4)$ 인 일차변환  $f$ 에 대하여,  $f(2, 3) = \boxed{\quad}$  이다.

A-5. 좌표공간의 세 점  $O(0, 0, 0), A(1, 2, 6), B(6, 2, 1)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형의 넓이는  $\boxed{\quad}$  이다.

A-6. 직선  $3x = 2y = z - 1$ 과 나란하고 점  $(1, 8, 3)$ 을 지나는 직선이 평면  $x + y + z = 1$ 과 만나는 점은  $\boxed{\quad}$  이다.

## B. 발전문제(각7점씩, 총 49점)

B-7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} = \boxed{\quad}$ .

B-8.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = \boxed{\quad}$ .

B-9.  $f(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt$  일 때,  $\int_1^{\pi} f(x)(\sin x + x \cos x) dx$ 의 값은  $\boxed{\quad}$  이다.

B-10.  $y = \sin x$  (단,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) 와  $y$ 축,  $y = 1$ 로 둘러싸인 영역을  $y$ 축 둘레로 회전시킨 입체의 부피는  $\boxed{\quad}$  이다.

B-11. 좌표공간의 단위구면  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  위의 동점  $P$ 와 정점  $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$ 에 대하여  $2\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + 3\overline{PC}^2$ 의 최솟값은  $\boxed{\quad}$  이다.

- B-12. 좌표평면의 제 1 사분면에서 곡선  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ 에 접하는 직선이  $x$ -축과 만나는 점을  $P$ ,  $y$ -축과 만나는 점을  $Q$ 라 하면, 선분  $\overline{PQ}$ 의 길이는 접점의 위치에 상관없이 일정함을 보이시오.

- B-13. 좌표평면에서 닮음비가  $\frac{1}{2}$ 인 닮음변환을  $h$ , 원점을 중심으로  $\frac{\pi}{3}$  만큼 회전시키는 회전변환을  $g$  라 할 때, 합성변환  $f = g \circ h$ 를 나타내는 행렬을 구하시오.

점  $P_n(x_n, y_n)$  가 변환  $f$ 에 의해 이동한 점을  $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$  이라 하고, 선분  $\overline{P_{n-1}P_n}$ 의 길이를  $s_n$  이라 하자. 점  $P_0(1, 0)$  이 주어졌을 때  $\sum_{n=1}^{\infty} s_n^2$ 의 값을 구하시오.

### C. 심화문제(각11점씩, 총 33점)

- C-14. 구간  $[0, 2]$ 에서 정의된 두 번 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 4$ 가 성립하면,  $f''(c) = 1$ 을 만족시키는 점  $c$ 가 열린구간  $(0, 2)$  사이에 존재함을 보이시오.

- C-15. 모든 점에서 미분가능하고,  $f'(0) = 1$ 이며, 모든 실수  $x, y$ 에 대하여

$$f(x+y) = e^{2xy} f(x)f(y) > 0$$

을 만족시키는 함수  $f(x)$ 를 모두 구하시오.

- C-16. 좌표공간에서 반지름의 길이가 1이고,  $xy$ -평면에 평행한 원판의 중심이 포물선

$$z = y^2, \quad -1 \leq y \leq 1, \quad x = 0$$

위에서 움직일 때, 이 원판의 자취의 부피를 구하시오.