2013학년도 수학성취도 측정시험 (수시) 문제지

(2012년 12월 18일 시행, 고사시간 90분)

- 1번부터 11번까지는 단답형이고, 12번부터 16번까지는 서술형입니다.
- 답안지는 단정한 글씨로 작성하되, 단답형은 답만 쓰고, 서술형은 풀이과정과 답을 명시하시오.

A. 기본문제(각3점씩, 총 18점)

A-1. $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x - 2} = \boxed{}$.

A-2. 곡선 $y = x\ln x + x^2 - x$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는 $\boxed{}$ 이다.

A-3. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left\{1 + \left(\dfrac{k}{n}\right)^2\right\} = \boxed{}$.

A-4. 변환 $f(x, y) = (2x - 3y, x + ay - 1)$ 에 의한 세 점 $O(0, 0)$, $P(1, 1)$, $Q(-1, 1)$ 의 상을 각각 A, B, C 라고 할 때, A, B, C 가 모두 같은 직선 위에 있으려면 $a = \boxed{}$ 이다.

A-5. 좌표공간에서 두 점 $(1, 3, 1)$ 과 $(2, 1, 3)$ 을 지나는 직선이 xz 평면과 만나는 점의 좌표는 $\boxed{}$ 이다.

A-6. 함수 $f(x) = 4\sin x\cos x + 3\sin^2 x$ 의 최댓값은 $\boxed{}$ 이다.

B. 발전문제(각7점씩, 총 49점)

B-7. $\displaystyle\int_0^{\pi^2} \cos\sqrt{x}\,dx = \boxed{}$.

B-8. 실수 전체에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 1 + \sqrt{2}$ 를 만족한다.

$$g(s) = \int_{1-s}^{1} e^t f(s + t)\,dt$$

라고 정의할 때, $\lim_{s\to 0} g'(s) = \boxed{}$ 이다.

B-9. 등식 $\ln(y - x) = \ln y - \ln x$ 를 만족시키는 x 와 y 에 대하여, y 의 값이 최소가 되게 하는 x 의 값은 $\boxed{}$ 이고, 그 때 y 의 값은 $\boxed{}$ 이다.

B-10. 제일사분면에서 타원 $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 과 접하는 직선과 x 축, 그리고 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은 $\boxed{}$ 이다.

B-11. 연속함수 f 가 다음 조건을 만족한다.

(i) $f(0) = 0$ 이고,

(ii) 임의의 정수 n 에 대하여 열린구간 $(n, n + 1)$ 에서 $f'(x) = n^2$.

이 때, $\lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x^3} = \boxed{}$ 이다.

〈 연습용 여백 〉

★ 12번부터 16번까지는 서술형입니다. ★

B-12. 양수 a, b, c, d 가 다음 부등식을 모두 만족한다.

$$|a-c| < \frac{1}{2(b+1)}, \qquad |b-d| < \frac{1}{2(c+2)}$$

이때 부등식 $|ab-cd| < 1$ 이 성립함을 보이시오.

B-13. n 차 다항식 $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$ 이 $x = a$ 에서 극값 3 을 갖는다. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여, 다음 식으로 주어진 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E 는 2×2 단위행렬이다.)

$$a_n A^n + a_{n-1}A^{n-1} + \cdots + a_0 E$$

C. 심화문제(각11점씩, 총 33점)

C-14. 좌표공간에서 직선 $x = y = z$ 를 회전축으로 하여 점 $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, 0, 0\right)$ 을 $\frac{\pi}{3}$ 만큼 회전시킨 점의 좌표를 구하시오. (단, 회전의 방향은 점 $(1, 1, 1)$ 에서 원점을 바라보았을 때 반시계방향으로 한다.)

C-15. 부등식 $e + (x-2)e^{\frac{1}{x}} \geq (x-1)e^{\frac{2}{x}}$ 가 2 이상인 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립함을 보이시오.

C-16. 좌표공간에서 다음 부등식으로 주어진 입체의 부피를 구하시오.

$$x^2 - 2 \leq y \leq 2, \quad 0 \leq z \leq 6 - x^2 - y$$

〈 연습용 여백 〉