

평가 문제

추가 조건이 필요한 경우 그 조건을 적고 문제에 적용하시오.

- [각 10점] 다음 무한 급수의 수렴, 발산을 판단하시오.
 - $\sum \frac{1}{2\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}$
 - $\sum \frac{\arctan n}{n^{1.1}}$
 - $\sum (-1)^n \frac{(n!)^2}{(2n)!}$ (조건수렴인지 절대수렴인지도 판단하시오.)

- [10점] 함수 $f(x) = e^x + \log x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 하자. 이 때 $g'(e)$ 와 $g''(e)$ 의 값을 구하시오.

- [20점] 함수 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ 의 $x = 0$ 에서의 테일러 급수를 구하시오. $g(x) = x^3 f(x)$ 라고 할 때 $g^{(10)}(0)$ 의 값도 구하시오.

- [10점] $f(x) = x \log x$ 의 $x = 1$ 에서의 테일러 급수를 구하시오.

- [10점] $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ 에 대하여 $f(0.1)$ 의 근사값을 오차가 10^{-3} 보다 작은 범위에서 구하시오.

- [각 10점] 곡선 $X(t) = (\cos t + t \sin t, \sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq \pi$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- 곡선의 길이를 구하시오.
- 호의 길이로 재매개화 하시오.
- $X(\pi)$ 에서의 곡률 벡터를 구하시오.

- [각 10점] 함수 $f(x, y)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y - x y^2}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- $(x, y) = (0, 0)$ 에서 연속인지 아닌지 판단하시오.
- $D_1 f(0, 0)$ 과 $D_2 f(0, 0)$ 이 존재하면 구하시오.
- $(x, y) = (0, 0)$ 에서 미분가능한지 판단하시오.

8. [20점] 곡면 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + z = 1$ 위의 점 (x_0, y_0, z_0) 에서의 접평면을 두 가지 방법으로 구하시오.
9. [20점] 함수 $f(x, y) = \int_{xy}^{x^2+y^2} e^{-(t-1)^2} dt$ 에 대하여 $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 0)$ 과 $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 1)$ 의 값을 구하시오.
10. [각 10점] $f(x, y) = \sin(x \cos y)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.
 (a) 최대, 최소, 안장점을 구하시오.
 (b) $(0, 0)$ 에서의 3차 테일러 다항식을 구하시오.
11. [10점] 선형사상 $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 에 대하여 $\det \mathbf{F}'(0, 0) = 2$ 임을 알고 있다. $\mathbf{G}(x, y) = (xy, x^2 - y^2)$ 에 대하여 $(\det \mathbf{F} \circ \mathbf{G})'(1, 1)$ 의 값을 구하시오.
12. [30점] 사이클로이드와 x -축으로 둘러싸인 영역(범위는 말하지 않아도 알아요.)의 넓이를 가능한 한 여러가지 방법으로 구하시오.
13. [10점] 그린정리를 이용하여 치환적분법을 증명하시오.

$$\iint_D dx dy = \iint_{D^*} \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} du dv$$

14. 곡면 $S : z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0$ 와 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + \sin(yz), y, z + 1)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.
 (a) [10점] 곡면 S 와 xy -평면으로 둘러싸인 영역의 부피를 구하시오.
 (b) [15점] $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 의 값을 구하시오.
 (c) [15점] $\iint_S \text{curl} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 의 값을 구하시오.