

# 기하학 고사

서울대학교 2006학년도 대학원 후기 모집 (석사과정)

2006년 5월 19일(금)



1. Let  $\mathbf{F}$  be a vector field on the plane  $\mathbb{R}^2$  given by

$$\mathbf{F}(x, y) = (2xy, x^2 + 2y).$$

- (a) Is there a function  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  such that

$$\nabla f = \mathbf{F}?$$

If so, find  $f$ .

- (b) Let  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  be a curve in  $\mathbb{R}^2$  given by

$$\gamma(t) = (t, t^3).$$

Compute the following line integral

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot ds.$$

2. 원뿔면(cone)에는 어떠한 종류의 측지선(geodesic)이 있는지 설명하라.
3. (a) 삼차원 유클리드 공간에서 곡면의 ‘가우스 사상(Gauss map)’을 설명하라.  
(b) 원기둥면(cylinder)의 가우스 사상에 의한 상은 어떤 모양인가?  
(c) 가우스 사상과 가우스 곡률과의 관계를 설명하라.