따름정리 3.1.4 *n-공간의 열린집합 U 에서 정의된 이급함수 f 와 U 에 포함되는 선분 $\{P+t\mathbf{v} : 0 \le t \le 1\}$ 에 대하여*

$$M_2 := \max\{|D_iD_jf(P+t\mathbf{v})| : 1 \le i,j \le n, \quad 0 \le t \le 1\}$$

이라 하자. 그러면 f 의 일차 잉여항

$$R_1f(P,\mathbf{v}) = f(P+\mathbf{v}) - f(P) - \mathrm{grad}f(P)\cdot\mathbf{v}$$

는

$$|R_1f(P,\mathbf{v})| \le \frac{M_2}{2}\big(|v_1|+\cdots+|v_n|\big)^2$$

을 만족시킨다.[21]

증명. 테일러 정리로부터

$$R_1f(P,\mathbf{v}) = \frac{1}{2}D_{\mathbf{v}}{}^2f(P^*)$$

를 만족시키는 P^* 가 선분 $[P, P+\mathbf{v}] = \{P+t\mathbf{v} : 0 \le t \le 1\}$ 에 존재한다. 그런데

$$\begin{aligned}
\big|D_{\mathbf{v}}{}^2f(P^*)\big| &= \left|\sum_{i,j=1}^n v_iv_jD_iD_jf(P^*)\right| \\
&\le \sum_{i,j=1}^n |v_i|\,|v_j|\,|D_iD_jf(P^*)| \le M_2\sum_{i,j=1}^n |v_i|\,|v_j| \\
&= M_2\left(|v_1|+\cdots+|v_n|\right)^2
\end{aligned}$$

이므로 원하는 결론을 얻는다. □

위 정리를 일반화하면 다음 정리를 얻는다.

[21]여기에서 $\mathbf{v} = v_1\mathbf{e}_1 + \cdots + v_n\mathbf{e}_n$ 으로 두었다. 이때

$$\|\mathbf{v}\|_1 := |v_1| + \cdots + |v_n|$$

은 $\mathbf{v}$ 의 **일차 절대값**이다. 위 따름정리에서 M_2 를 정의할 때 max 대신 sup 를 사용하면 두 번 미분가능 함수에도 적용된다.