# 제 1 절 회전장

삼차원 공간의 벡터장

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(x,y,z) &= (f_1(x,y,z),\ f_2(x,y,z),\ f_3(x,y,z))\\ &= f_1(x,y,z)\,\mathbf{i} + f_2(x,y,z)\,\mathbf{j} + f_3(x,y,z)\,\mathbf{k}\\ &= \sum_{j=1}^{3} f_j(x,y,z)\,\mathbf{e}_j\end{aligned}$$

에 대하여 $\mathbf{F}$ 의 **회전장**(curl)을

$$\begin{aligned}\operatorname{curl}\mathbf{F} &:= (D_2 f_3 - D_3 f_2)\,\mathbf{i} + (D_3 f_1 - D_1 f_3)\,\mathbf{j} + (D_1 f_2 - D_2 f_1)\,\mathbf{k}\\ &= \left(\frac{\partial f_3}{\partial y} - \frac{\partial f_2}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial f_3}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{\partial f_1}{\partial y}\right)\mathbf{k}\end{aligned}$$

로 정의한다.[3] (연습문제 5번 참고)

### 1.0.1 기본연습문제

다음을 보이라.[4]

$$\begin{aligned}\operatorname{curl}\mathbf{F} &= \sum_{j=1}^{3} (\operatorname{grad} f_j) \times \mathbf{e}_j = \sum_{i,j=1}^{3} (D_i f_j\,\mathbf{e}_i) \times \mathbf{e}_j\\ &= \sum_{i,j,k=1}^{3} \epsilon_{ijk} D_i f_j\,\mathbf{e}_k = \sum_{i,j,k=1}^{3} \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}\,(D_i f_j - D_j f_i)\,\mathbf{e}_k\end{aligned}$$

### 1.0.2 보기

벡터장

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \omega(-y, x, 0)$$

[3]회전장의 공식이 마치

$$\det\begin{pmatrix}\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3\\ D_1 & D_2 & D_3\\ f_1 & f_2 & f_3\end{pmatrix} = (D_1, D_2, D_3) \times (f_1, f_2, f_3) = \nabla \times (f_1, f_2, f_3)$$

과 비슷하다고 해서, $\operatorname{curl}\mathbf{F}$ 를 $\nabla \times \mathbf{F}$ 로 쓰기도 한다. $\operatorname{curl}\mathbf{F}$ 대신에 "rotation"의 몇 자를 따서 $\operatorname{rot}\mathbf{F}$ 로 쓰는 경우도 있지만 우리는 이 기호를 2차원에 한정하여 쓰기로 한다.

[4]Levi-Civita의 기호 $\epsilon_{ijk}$ 는 8장에서 나온다.