



Ree–Chevalley Groups

리림학(李林學) 선생님을 추모하며

2009. 11. 12.

이인석

두 분의 큰 ★

- 임덕상 선생님 (192?-1982)
 - SGA(Séminaire de Géométrie Algébrique) #7
 - Algebraic K-theory의 기초를 완성
 - SGA #1, ... , #4½, ... , #7 의 저자들;
Grothendieck, Demazure, M. Artin, Deligne, Verdier,
- 리림학 선생님 (1922-2005)
 - Identification of Chevalley groups

‘선생님’의 관심 분야

- Langlands Program;
 - Class field theory
 - Number theory
 - Representation theory
 - Automorphic forms
 - Algebraic geometry
 -
- 한 단어로, “수학!”

‘선생님’의 관심 분야

● 그러나,, 뒤집으면,

“Langlands Program과 관련이 없는 것은
수학이 아니다(그만둬라).....”

(80년대 고국을 방문하신 ‘선생님’의 말씀)

약력(1922-2005)

- 1922; 함경남도 함흥 출생
- 1939; 경성제대 예과 입학
 - 1944(?); 경성제대 물리학과 졸업(수학과 없었음)
- 1945; 경성대학 이공학부 수학과 교수
 - 1946; '국대안' 사태로 (이공학부 교수 전원) 사직
- 1953-1955; UBC 유학, Ph. D.
- 1955(?); UBC 수학과 교수
- 1964; 캐나다 왕립 학회(학술원) fellow

‘선생님’

● “1947년이던가.....

대학에서는 정치하는 사람들이 정치싸움에만 바쁘고 학문과 대학을 돌보지 않았습시다.

하루는 남대문 시장을 지나는데.....”

● “리림학씨는 회합에 잘 나오지 않았다.

전쟁 중 부산에서.....

리림학씨는 학문 이외에는 관심이 없었다.”

(박정기)

‘선생님’의 수학

- On a problem of Max A. Zorn, Bull. AMS, 1949
 - 남대문 시장(청계천 헌책방?)에서 우연히 미국수학회 지 발견, “주워서” 가져옴 (1947)
 - M. Zorn의 두 쪽 짜리 논문의 가설(문제)을 읽고
 - “내가 생각해 보니 금방 해결”
 - “논문을 써서 잡지의 편집인에게 보내는 것을 몰랐기 때문에”, M. Zorn에게 편지(두 쪽 논문)로 연락
- “한국 수학기로서는 최초의 대단한 경사”
 - “우리 수학계의 이변”, “놀라운 일”
 - 참고; 대한수학회誌, 제1권, 1998

Chevalley의 가설

- Lie group \rightarrow Lie algebra
 - 실수체, 복소수체 위에서; well-known, 'nice'
 - 임의의 체 위에서(algebraic group); 'delicate'
- Lie algebra \rightarrow (Lie) group ??
 - 임의의 체에서의 Chevalley's construction

Chevalley의 가설

- C. Chevalley의 ‘Tôhoku paper’
 - Sur certains groupes simples, 1955
 - “아마도 우리가 잘 아는 *group*인 듯.....”
 - (후에) ‘Chevalley group’으로 명명
- Séminaire Chevalley, 1956–1958
 - Chevalley, Grothendieck, Cartier, Lazard

‘선생님’의 수학

- On some simple groups defined by C. Chevalley, 1957
- 실제로 Chevalley group(의 대부분)은 우리가 잘 아는 classical group(고전군)임을 증명

‘선생님’의 수학

- “선생님, Tôhoku paper를 언제 처음 보셨습니까?” (*“Chevalley의 가설을 푸는데 얼마나 걸리셨습니까?”*)
- “내가 푼 문제는 전부 하루 이틀에 푼 것이고, 사흘 이상 생각한 문제는 하나도 못 풀었다.”

대한수학회史 (제1권)

- “나는 실패를 거듭 되풀이한 사람입니다. 물론 논문 몇 편 썼지만 그것은 생각이 순간적으로 나서 (쓰는 것에 불과하여) 논문으로서 정말 중요하게 여기지는 않습니다.”
 - Q; 연구 생활에서 에피소드를 말씀해 주세요
- “나는 연구한 일이 없습니다.”
 - Q; 그럼 장편 논문은 어떻게 썼습니까?
- “그것은 짧은 생각(간단한 idea?)이었습니다.”

몇몇 용어들

- 가환군, 비가환군
- 유한군, 무한군
- Normal subgroup
- Quotient group G/N
- Group G 의 center $C(G)$
 - $C(G) = \{g \in G \mid gh = hg \text{ for all } h \in G\}$
- Solvable group

유한 단순군

- 단순군(simple group); non-trivial normal subgroup을 갖지 않는 군
- 유한 가환 단순군은 $Z_p = Z/pZ$ 뿐(p 는 소수)
- “5차 방정식의 근의 공식은 없다”
= “Alternating group A_5 는 단순군이다”

유한 단순군의 보기

- Alternating groups; A_m ($m \geq 5$)
- F 가 원소수가 q 인 유한체일 때 ($q = p^m$),
 - $GL_n(q) = F$ -위의 $n \times n$ 가역행렬 전체 집합
 - $SL_n(q) = \{A \in GL_n(q) \mid \text{Det } A = 1\} \leq GL_n(q)$
 - $PSL_n(q) = SL_n(q) / C(SL_n(q))$로 정의하면, $PSL_n(q)$ 는 단순군. (A_{n-1} -type)
 - 예외; $(n, q) = (2, 2)$ or $(2, 3)$

유한 단순군의 분류

- Composition series와 Jordan-Hölder의 정리를 생각하면,
- *유한 단순군을 다 알면, 유한군을 다 알 수*
(사실은 그렇지 않지만
- 어쨌든, 유한 단순군 공부에 유한군 공부의 시작

유한 단순군의 분류

- (본격)시작; Feit and Thompson, 1963
 - 비가환 유한 단순군의 원소수는 짝수
 - 군의 원소수가 odd이면 solvable
 - ‘odd paper (이상한 논문?)’
 - 귀류법, 275 pages
- 故 Walter Feit 교수님(1930–2004)의 명복을 빕니다.

유한 단순군의 분류

- First generation proof;
 - 1963–1981(?), 20여년 간
 - 150–200명의 수학자
 - 20,000(?) journal pages

유한 단순군의 분류

- **Statement** of the classification theorem of finite simple groups:

“유한 단순군은
리림학 선생님께서 다 찾으셨다.”

(26개만 제외하고)

유한 단순군의 분류

- Alternating groups; A_m ($m \geq 5$)
- Simple Chevalley groups(Lie-type 단순군);
 - Classical; $A_n(q) = \text{PSL}_{n+1}(q)$, $B_n(q)$, $C_n(q)$, $D_n(q)$
 - Exceptional; $E_6(q)$, $E_7(q)$, $E_8(q)$, $F_4(q)$, $G_2(q)$
 - Twisted; ${}^2A_n(q)$, ${}^2B_2(q)$, ${}^3D_4(q)$, ${}^2D_n(q)$,
 ${}^2E_6(q)$, ${}^2F_4(q)$, ${}^2G_2(q)$
- 26개의 sporadic simple groups;
 - Mathieu's M_{11} , , Janko's J_1 , , Monster F_1

Sporadic simple groups

- Janko's first group J_1 (1966)
 - 별명 'wicked dwarf'
 - 원소수 175,560
 - Mathieu 이래 100여년 만에 발견된 단순군
 - 당시의 수십 개 가설에 홀로 counter-example

- Monster group F_1 (1980)
 - 별명 'friendly giant'
 - 원소수 약 10^{54}
 - Moonshine, string theory,

‘선생님’의 수학

- 대부분의 유한 단순군을 발견한 셈
- Ree's simple groups (1961);

$${}^2F_4(q), {}^2G_2(q)$$

- 사실, , twisted Chevalley group을 발견
따라서, ${}^2B_2(q)$ (Suzuki's group)도

유한 단순군의 분류

- First generation proof (1981);
 - “*It ’s believed to be true.....*”
 - D. Gorenstein의 헛된(?) 노력
- Second generation proof (2003);
 - Quasi-thin group의 분류 (1000 pages)
 - W. Feit, “작은 것이 아름답다(어렵다).”
 - 2000 pages(?)
- Third generation proof가 완성 단계라는.....

Chevalley group의 공부

- “Feit 교수님, ‘odd paper’를 읽을까요?”
(1982)
- “No. Classification is over..... . Chevalley group이 이제 뜰거야. 쿼드 **퀴**’s papers and Steinberg’s Lecture Note.”

Chevalley group의 공부

- (1) R. Ree, 1957
- (2) R. Steinberg, Lecture Note, 1967
- (3)
- (4) J. A. Green, 1955
- (5) B. Chang and R. Ree, 1974
- (6)
- (7)
- (8) P. Deligne and G. Lusztig, 1976
- (9) D. Kazhdan and G. Lusztig, 1979
- (10) G. Lusztig, G. Lusztig, G. Lusztig,

‘선생님’의 수학

- B. Chang
 - The conjugacy classes of Chevalley groups of type G_2 , 1968
- B. Chang and R. Ree
 - The characters of $G_2(q)$, 1974
 - “이 논문 이해하는데 20년 걸렸다!”
 - G. Lusztig, N. Kawanaka, 등등

Chevalley group의 공부

- Chang and Ree (창 앤 류)
 - The characters of $G_2(q)$, 1974
 - “아, 중국 분들이 일찍부터?”
- Bomshik Chang and Rimhak Ree
- 리림학 선생님, 장범식 선생님
 - 잊지 못할 감격, 고맙습니다.

제안

- “첫 증명(발견)이 가장 아름답다.”
- 독도는 우리 땅, Chevalley 군은 우리 군
- Ree-Chevalley group으로 불러야!
 - Chevalley-Ree group까지는 양보
- Ree-Chevalley group 만세!
- 오늘은 만세만 부르지만

