

주의 및 추가

주의 1. 연습문제 1.4.17 은 연습문제 2.1.15 를 모르는 상태에서 풀라는 뜻.

추가 2. p. 161 에 다음 연습문제 추가.

연습문제 5.3.23. Finite characteristic 을 갖는 infinite field 를 찾아라.

추가 3. 질문 6.2.24 앞에 다음 연습문제 추가. 이 연습문제는 명제 16.1.11 의 증명에 필요.

연습문제 $F \leq E, K \leq L$ 일 때, 다음을 보여라.

(가) E/F 가 finite extension 이면, EK/K 도 finite extension.

(나) $E/F, K/F$ 가 모두 finite extension 이면, EK/K 도 finite extension.

수정 및 추가 4. 축스러운 얘기지만, 질문 6.2.25 의 답은 간단하다. [증명: $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ 라고 가정하자. Tower $\mathbb{Q} < \mathbb{Q}(\sqrt{3}) < \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ 를 생각하면, $[\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) : \mathbb{Q}(\sqrt{3})] = 2$ 이므로,

$$\sqrt{2} = a\sqrt{5} + b, \quad (a, b \in \mathbb{Q}(\sqrt{3}))$$

꼴로 쓰여질 것이다. 양변 제곱하면,

$$2 = 5a^2 + b^2 + 2ab\sqrt{5}$$

이므로, 만약 $ab \neq 0$ 이라면 $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}(\sqrt{3})$ 이므로 모순. 따라서 $ab = 0$ 이고, $a = 0$ 이면 $\dots\dots$, $b = 0$ 이면 $\dots\dots$.] (나) 항도 비슷. 보기 16.2.13 부터의 감동을 위해 질문 6.2.25 는 다음 새 질문으로 대체.

새 질문 6.2.25 $d, m, n \in \mathbb{Z}$ 이고, $\zeta_n = \exp(2\pi i/n)$ 일 때,

(가) $\sqrt{d} \in \mathbb{Q}(\zeta_5)$ 일 필요충분조건은? $\zeta_3 \notin \mathbb{Q}(\zeta_5)$?

(나) $\zeta_m \in \mathbb{Q}(\zeta_n)$ 일 필요충분조건은?

독자들은 § 16.2 (와 § 16.5) 를 공부한 후 이 질문을 답해 보기 바란다.

추가 5. 연습문제 14.2.4 뒤에 다음 연습문제 추가. 이 연습문제는 연습문제 15.1.18에 필요.

연습문제 $F \leq E, K \leq L$ 일 때, 다음을 보여라.

(가) E/F 가 algebraic extension 이면, EK/K 도 algebraic extension.

(나) $E/F, K/F$ 가 모두 algebraic extension 이면, EK/K 도 algebraic extension.

수정 6. 400-401 쪽의 순서를 다음과 같이 변경.

$$15.1.13 \rightarrow 15.1.15 \rightarrow 15.1.17 \rightarrow 15.1.14 \rightarrow 15.1.16$$

수정 7. 418 쪽 [Galois's Theorem (나) 항의 증명 (ii)]는 귀류법을 사용하지 않는 것이 더 좋아 보인다. 즉, E/F 가 normal extension 임을 보이기 위해, $\sigma : E \rightarrow \bar{F}$ 를 임의의 F -embedding 이라고 하자. 이제 σ 를 K 로 확장하면, $\sigma \in \text{Gal}(K/F)$ 인 것은 이제 익숙하다. 그런데 $\text{Gal}(K/E)$ 는 $\text{Gal}(K/F)$ 의 normal subgroup 이므로, 관찰 16.1.9에 의해

$$\text{Gal}(K/E) = \sigma \cdot \text{Gal}(K/E) \cdot \sigma^{-1} = \text{Gal}(K/\sigma E)$$

가 된다. 따라서, Galois's Theorem의 (가)항에 의해, $\sigma E = E$. 증명 끝.

정오표

- 표지; Fermat (1601–1665) \rightarrow Fermat (1607–1665).
- p. 50, 1 행; 이용하여 \rightarrow 이용하여, $1_{\mathcal{A}} \in \mathcal{A}$ 일 때).
- p. 50, 9 행과 11 행; α 와 β 로 묘사하라 \rightarrow α 와 β 로 묘사하라 (단, $\varphi(1) = 1$).
- p. 56, 15 행; [I, 연습문제 11.9.12] \rightarrow [I, 연습문제 11.9.11].
- p. 69, 명제 2.3.17; commutative ring \rightarrow commutative ring with 1.
- p. 86, 밑 2 행; $S \rightarrow \mathfrak{B}$.
- p. 94, 註; submodule \rightarrow submodule.
- p. 110, 註; Conuter \rightarrow Counter.
- p. 113, 삼각형 그림; $X/Y \rightarrow X/\ker \varphi$.
- p. 118, 연습문제 4.3.4; $1 \leq k \in \mathbb{Z} \rightarrow 1 < k \in \mathbb{Z}$.
- p. 122, 연습문제 4.3.19; $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $b \nmid a$ 일 때, $x = a^{\phi(b)-1}$, $y = (1 - a^{\phi(b)})/b$ 는 방정식 $ax + by = 1$ 의 해가 됨을 보여라.
- p. 125, 밑 4 행; $x - x'$ 는 $\square\square$ 가 group 일 때는 $x'^{-1}x$ 로 이해.
- p. 128, 마지막 註; 말한다 \rightarrow 말한다.
- p. 132, 밑 1 행; convese \rightarrow converse.
- p. 133, 연습문제 4.5.9; commutative ring \rightarrow commutative ring with 1.
- p. 139, 1 행; 결코 한두 줄로 답할 수 없다 \rightarrow 한두 줄이면 충분하다. (아래 註 76 번은 삭제.)
- p. 150, 4 행은 D 가 PID 일 때 성립.
- p. 152, 10 행; [I, 정의 8.5.9] \rightarrow [I, 연습문제 8.5.10].
- p. 153, Algebraic Proof; 문자 r 이 두번 사용되었음.
- p. 153, 밑 7 행; $|r-m| < 1/2$, $|s-n| < 1/2 \rightarrow |r-m| \leq 1/2$, $|s-n| \leq 1/2$.
- p. 159, 밑 2 행; 0과 R 뿐 \rightarrow 0과 R/\mathfrak{m} 뿐.
- p. 165, 밑 4 행; prime number \rightarrow positive prime number.
- p. 167의 모든 ideal은 left ideal. 12행의 (two-sided) 삭제.
- p. 171, 14 행; $i > n$, $j > m$ 이면 $a_i = 0 = b_j$ 로 이해한다.
- p. 193, 1 행; $\alpha \in F \rightarrow \alpha \in E$.
- p. 207, 연습문제 6.3.4; $0 < \alpha \in \mathbb{R}$.
- p. 214, 따름정리 6.4.9; 편의상 $f(t)$ 가 monic인 경우만 다루었다.

- p. 215, 정의 6.4.12; “참고 및 추가” 참조. 추가-201213
- p. 221, 11 행; $\tilde{\sigma}|_F = \sigma \longrightarrow \tilde{\sigma}|_E = \sigma$.
- p. 223, 명제 6.5.18; “참고 및 추가” 참조. 추가-201213
- p. 225, 따름명제 6.6.6의 증명; $p(t)$ 가 monic 이라고 해도 괜찮다.
- p. 231, 11 행; ‘inseparable’ polynomial \longrightarrow ‘inseparable’ irreducible polynomial.
- p. 232, 연습문제 7.2.8(가); p 는 odd prime.
- p. 247, 1 행; Pubic \longrightarrow Public.
- p. 285, 연습문제 9.3.2(1); $M = \bigoplus_{i=1}^n N_i \longrightarrow M = \bigoplus_{i \in I} N_i$.
- p. 286, 3 행; $x \in X \longrightarrow x \in N$.
- p. 286, 밑 7 행; $M = \bigoplus_{i=1}^n N_i \longrightarrow M = \bigoplus_{i \in I} N_i$.
- p. 309, 밑 5 행; §4.5에서 \longrightarrow §3.5에서.
- p. 326, 밑 7 행; §5.4 \longrightarrow §5.5.
- p. 332, 1 행; $M < N \longrightarrow M > N$.
- p. 362, 註; $G \approx \mathbb{Z}_p$ or $\longrightarrow G \approx \mathbb{Z}_{p^2}$ or.
- p. 364, 15 행; $\mathfrak{M}_{r,n-r}(F) \longrightarrow \mathfrak{M}_{r,n-r}(\mathbb{F}_q)$.
- p. 365, 11 행; $\mathfrak{M}_{r,n-r}(F) \longrightarrow \mathfrak{M}_{r,n-r}(\mathbb{F}_q)$.
- p. 393, 7 행; 로 놓는다 \longrightarrow 로 놓는다(이때 $\mathfrak{X} \neq \emptyset$ 임은 자명).
- p. 412, 註(39번); $K \longrightarrow E$ (두 곳).
- p. 422, 밑 1 행; $\beta = -\alpha - b \longrightarrow \beta = -\alpha - a$.
- p. 429, 밑 3 행; elementary symmetric polynomial \longrightarrow elementary symmetric polynomial(in x_1, \dots, x_n).
- p. 437, 註; $K/F \longrightarrow E/F$.
- p. 441, 3 행; $(\mathbb{F}_{q^m}/q)^H \longrightarrow (\mathbb{F}_{q^m})^H$.
- p. 446, 15 행; $\Phi_n(t) = \text{irr}(\mathbb{Q}(\zeta)) \longrightarrow \Phi_n(t) = \text{irr}(\zeta, \mathbb{Q})$.
- p. 448, 밑 3 행; $=, \approx, \approx \longrightarrow \approx, =, \approx$.
- p. 462, 14 행; $y_3 = x_1x_3 + x_2x_4 \longrightarrow y_3 = x_1x_4 + x_2x_3$.
- p. 463, 5 행; $z^2 - y_1t + s_4 \longrightarrow z^2 - y_1z + s_4$.