

version

정오표

201227

- 1쪽, 아래 註: $\text{Zahlen} \rightarrow \text{Zahl}$. 추가 201227
- 38쪽, 8행: $(\mathbb{R}) \rightarrow \mathfrak{F}(\mathbb{R})$.
- 57쪽, 11행: $(c_1, \dots, c_m)^t \rightarrow (c_1, \dots, c_n)^t$.
- 57쪽, 명제 1.2.6의 세 번째 증명: 전체 삭제. 추가 201227
- 64쪽, 밑 8행: $(\text{과} \rightarrow \text{와})$.
- 84쪽, 13행: $\delta_{ij} \cdot I_{V_j} \rightarrow \begin{cases} I_{V_j} & (\text{if } i = j) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$ 추가 201227
- 98쪽, 보기 4.5.2(가)항(두 곳): $[A]^0 \rightarrow [A]_0$.
- 126쪽, 16행: $\text{rk}(E) = r$ 이라고 놓고 $\rightarrow \text{rk}(R) = r$ 이라고 놓고.
- 138쪽, 관찰 5.6.11(3)항: $L \in \mathfrak{L}(V, V) \rightarrow V, L \in \mathfrak{L}(V, V)$. (사실 조건(3)은 생략해도 좋다.)
- 163쪽, 정리 6.5.6의 증명: 귀납법과는 무관한 증명으로 판단되어, 이 문서 끝에 새 증명 수록.
- 177쪽, 참고 7.1.14(두 곳): $\text{provability} \rightarrow \text{probability}$.
- 192쪽, 10행: $\text{과 annihilator ideal이 모두 similarity relation의} \rightarrow \text{이 similarity relation의}$. (“참고 및 추가” 참조.) 추가 201227
- 193쪽, 연습문제 7.4.8: 역은 성립하지 않는다.
- 208쪽, 보기 8.1.3: 설명에 약간의 gap이 있는 것 같다. “참고 및 추가” 참조.
- 224쪽, 보기 8.4.4: 조건 $n > 1$ 추가.
- 236쪽, 6행: $\phi_T(t) = p(t)^e$ 이고 $\rightarrow \phi_T(t) = p(t)^e, m_T(t) = p(t)^f$ 이고.
- 236쪽, 9행, 11행, 14행, 17행, 18행(두 곳): $e \rightarrow f$.
- 236쪽, 밑 2행: $\dim \ker p_i(t)^{c_i} \rightarrow \dim \ker p_i(T)^{c_i}$.
- 236쪽, 밑 2행: $e_i \rightarrow f_i$.

236쪽, 아래 註 35: $s_e \rightarrow s_f$. (하기야, 예를 들어, partition $(3, 1, 1, 0, 0)$ 을 partition $(3, 1, 1)$ 로 이해한다면 아무 문제도 없지만.....)

272쪽, 밑 3, 4, 5, 8행 (네 곳): $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^3$.

279쪽, 아래 註 7: (바) \rightarrow (마).

315쪽, 아래 註 11: μ 는 ‘(the) multiplicative group’의 첫 글자.

349쪽, 연습문제 11.9.12(한 곳): $\mathbf{GL}_n(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbf{GL}_n(\mathbb{R})$.

349쪽, 연습문제 11.9.12(여섯 곳): $\mathbf{GL}_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbf{SL}_n(\mathbb{R})$.

360쪽, 아래 註 13: 세 \rightarrow 네.

373쪽, 정리 12.4.2의 증명(세 곳): $0 \rightarrow 1$. (아래 註 43은 삭제.)

414쪽, 12행: (사실은 surjectivity를 달리 설명할 방법도 없다.) \rightarrow 삭제. (관찰 13.6.3 참조.)

435쪽, 밑 4행: scalar $c \in F \rightarrow$ scalar $c \in \mathbb{C}$.

439쪽, 관찰 14.3.3(나)항: H 가 non-degenerate 라고 가정. (정리 14.3.4 참조.)

444쪽, 7행: $\mathfrak{L}(W, V) \rightarrow \mathfrak{L}(W^*, V^*)$.

449쪽, 아래 註 10: Positive-definiteness \rightarrow Positive definiteness.

452쪽, 밑 3행: $U^{-1}AU \in \mathbf{D}_n(\mathbb{C}) \rightarrow U^{-1}AU$ 가 (복소) 대각행렬인.

456쪽, 밑 2행: $-\frac{1}{3} \rightarrow +\frac{1}{3}$.

479쪽, E_{ij} 항목: 91 추가.

480쪽, μ_n 항목: 281, 302 \rightarrow 315, 336.

489쪽, provability \rightarrow probability.

489쪽, rank theorem 항목: 158 삭제.

추가 201227

정리 6.5.6의 증명 : (i) D_i 의 경우만 보이면 충분하다. 왜냐하면, 만약 모든 $i = 1, \dots, n$ 에 대해 $D_i = \det$ 인 것을 안다면, 모든 $j = 1, \dots, n$ 과 $A \in \mathfrak{M}_{n,n}(F)$ 에 대해

$$\begin{aligned} D_j(A) &= D_j(A^t) = \sum_i (-1)^{i+j} \cdot (A^t \text{의 } (j, i)\text{-좌표}) \cdot \widehat{A^t}_{ji} \\ &= \sum_i (-1)^{i+j} a_{ij} \widehat{A}_{ij} \\ &= D^j(A) \end{aligned}$$

이므로, $D^j = D_j = \det$ 이기 때문이다.

(ii-iv) 이제 \widehat{A}_{ij} 를 정의할 때 사용된 $((n-1) \times (n-1))$ -matrix의 determinant의 성질을 이용한다. 예를 들어, $\widehat{A}_{ij} = \det(M_{ij})$ 는 M_{ij} 의 각 열에 대해 linear이므로(표기법 6.5.1 참조), $k \neq j$ 일 때, \widehat{A}_{ij} 는 $[A]^k$ 에 관해서도 linear이다.

(ii) 모든 D_i 는 n -linear인가? 즉, D_i 는 k -번째 열에 관한 함수로서 linear인가? 이제 i 와 k 를 고정하면,

$$D_i(A) = \sum_j (-1)^{i+j} a_{ij} \widehat{A}_{ij}$$

의 summand 중 $(-1)^{i+k} a_{ik} \widehat{A}_{ik}$ 의 a_{ik} 부분은 k -번째 열에 관해 linear이고, \widehat{A}_{ik} 부분은 $[A]^k$ 가 제거되었으므로 $[A]^k$ 와는 무관하다. 한편, $k \neq j$ 일 때에는 $(-1)^{i+j} a_{ij} \widehat{A}_{ij}$ 의 a_{ij} 부분은 $[A]^k$ 와는 무관하고, \widehat{A}_{ij} 부분은 $[A]^k$ 가 살아 있으므로 $[A]^k$ 에 관해 linear이다. 따라서, $D_i(A)$ 의 모든 summand가 $[A]^k$ 에 관해 linear이므로, $D_i(A)$ 도 $[A]^k$ 에 관해 linear이다.

(iii) D_i 는 alternating form인가? 즉, $[A]^k = [A]^{k+\ell}$ 이면 (단, $\ell > 0$), $D_i(A) = 0$ 인가? 그런데 만약 $j \neq k, k+\ell$ 이면 M_{ij} 에는 같은 열이 두 개 있으므로, \widehat{A}_{ij} 의 정의에 의해 $\widehat{A}_{ij} = 0$ 이다. 따라서

$$D_i(A) = (-1)^{i+k} a_{ik} \widehat{A}_{ik} + (-1)^{i+(k+\ell)} a_{i,k+\ell} \widehat{A}_{i,k+\ell}$$

의 두 개 summand만이 남는다. 그러나, $a_{ik} = a_{i,k+\ell}$ 이고,

$$\widehat{A}_{i,k+\ell} = (-1)^{\ell-1} \widehat{A}_{ik}$$

이므로(왜 그런가?), $D_i(A) = 0$.

(iv) $D_i(I_n) = 1$ 인가? $D_i(I_n) = (-1)^{i+i} \det(I_{n-1}) = 1$. \square