version 201227

정오표

1쪽, 아래 註: Zahlen $\longrightarrow$ Zahl. 추가 201227

38쪽, 8행: $(\mathbb{R})$ $\longrightarrow$ $\mathfrak{F}(\mathbb{R})$.

57쪽, 11행: $(c_1, \ldots, c_m)^{\mathbf{t}}$ $\longrightarrow$ $(c_1, \ldots, c_n)^{\mathbf{t}}$.

57쪽, 명제 1.2.6 의 세 번째 증명: 전체 삭제. 추가 201227

64쪽, 밑 8행: (과 $\longrightarrow$ (와.

84쪽, 13행: $\delta_{ij} \cdot I_{V_j}$ $\longrightarrow$ $\begin{cases} I_{V_j} & (\text{if } i = j) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$ 추가 201227

126쪽, 16행: $\mathrm{rk}(E) = r$ 이라고 놓고 $\longrightarrow$ $\mathrm{rk}(R) = r$ 이라고 놓고.

138쪽, 관찰 5.6.11 (3) 항: $L \in \mathfrak{L}(V, V)$ $\longrightarrow$ V, $L \in \mathfrak{L}(V, V)$. (사실 조건 (3) 은 생략해도 좋다.)

163쪽, 정리 6.5.6 의 증명: 귀납법과는 무관한 증명으로 판단되어, 다음 쪽에 새 증명 수록.

192쪽, 10행: 과 annihilator ideal 이 모두 similarity relation 의 $\longrightarrow$ 이 similarity relation 의. ("참고 및 추가" 참조.) 추가 201227

193쪽, 연습문제 7.4.8: 역은 성립하지 않는다.

208쪽, 보기 8.1.3: 설명에 약간의 gap 이 있는 것 같다. "참고 및 추가" 참조.

224쪽, 보기 8.4.4: 조건 $n > 1$ 추가.

236쪽, 6행: $\phi_T(t) = p(t)^e$ 이고 $\longrightarrow$ $\phi_T(t) = p(t)^e$, $m_T(t) = p(t)^f$ 이고.

236쪽, 9행, 11행, 14행, 17행, 18행 (두 곳): e $\longrightarrow$ f.

236쪽, 밑 2행: $\dim \ker p_i(t)^{c_i}$ $\longrightarrow$ $\dim \ker p_i(T)^{c_i}$.

236쪽, 밑 2행: e_i $\longrightarrow$ f_i.

236쪽, 아래 註 35: s_e $\longrightarrow$ s_f. (하기야, 예를 들어, partition $(3, 1, 1, 0, 0)$ 을 partition $(3, 1, 1)$ 로 이해한다면 아무 문제도 없지만$\cdots\cdots$.)

272쪽, 밑 3, 4, 5, 8행 (네 곳): $\mathbb{R}^n$ $\longrightarrow$ $\mathbb{R}^3$.

414쪽, 12행: (사실은 surjectivity를 달리 설명할 방법도 없다.) $\longrightarrow$ 삭제. (관찰13.6.3 참조.)

435쪽, 밑4행: scalar $c \in F$ $\longrightarrow$ scalar $c \in \mathbb{C}$.

추가 201227 444쪽, 7행: $\mathfrak{L}(W, V)$ $\longrightarrow$ $\mathfrak{L}(W^*, V^*)$.

449쪽, 아래 註10: Positive-definiteness $\longrightarrow$ Positive definiteness.

452쪽, 밑3행: $U^{-1}AU \in \mathbf{D}_n(\mathbb{C})$ $\longrightarrow$ $U^{-1}AU$ 가 (복소) 대각행렬인.

456쪽, 밑2행: $-\frac{1}{3}$ $\longrightarrow$ $+\frac{1}{3}$.

정리 6.5.6 의 증명 : (i) D_i 의 경우만 보이면 충분하다. 왜냐하면, 만약 모든 $i=1,\ldots,n$ 에 대해 $D_i = \det$ 인 것을 안다면, 모든 $j=1,\ldots,n$ 과 $A\in\mathfrak{M}_{n,n}(F)$ 에 대해

version 160704

$$\begin{aligned} D_j(A) = D_j(A^{\mathbf{t}}) &= \sum_i (-1)^{i+j}\cdot\big(A^{\mathbf{t}}\text{의 } (j,i)\text{-좌표}\big)\cdot \widehat{A^{\mathbf{t}}}_{ji} \\ &= \sum_i (-1)^{i+j} a_{ij}\widehat{A}_{ij} \\ &= D^j(A) \end{aligned}$$

이므로, $D^j = D_j = \det$ 이기 때문이다.

(ii–iv) 이제 $\widehat{A}_{ij}$ 를 정의할 때 사용된 $\big((n-1)\times(n-1)\big)$-matrix 의 determinant 의 성질을 이용한다. 예를 들어, $\widehat{A}_{ij} = \det(M_{ij})$ 는 M_{ij} 의 각 열에 대해 linear 이므로 (표기법 6.5.1 참조), $k\neq j$ 일 때, $\widehat{A}_{ij}$ 는 $[A]^k$ 에 관해서도 linear 이다.

(ii) 모든 D_i 는 n-linear 인가? 즉, D_i 는 k-번째 열에 관한 함수로서 linear 인가? 이제 i 와 k 를 고정하면,

$$D_i(A) = \sum_j (-1)^{i+j} a_{ij}\widehat{A}_{ij}$$

의 summand 중 $(-1)^{i+k}a_{ik}\widehat{A}_{ik}$ 의 a_{ik} 부분은 k-번째 열에 관해 linear 이고, $\widehat{A}_{ik}$ 부분은 $[A]^k$ 가 제거되었으므로 $[A]^k$ 와는 무관하다. 한편, $k\neq j$ 일 때에는 $(-1)^{i+j}a_{ij}\widehat{A}_{ij}$ 의 a_{ij} 부분은 $[A]^k$ 와는 무관하고, $\widehat{A}_{ij}$ 부분은 $[A]^k$ 가 살아 있으므로 $[A]^k$ 에 관해 linear 이다. 따라서, $D_i(A)$ 의 모든 summand 가 $[A]^k$ 에 관해 linear 이므로, $D_i(A)$ 도 $[A]^k$ 에 관해 linear 이다.

(iii) D_i 는 alternating form 인가? 즉, $[A]^k = [A]^{k+\ell}$ 이면 (단, $\ell>0$), $D_i(A)=0$ 인가? 그런데 만약 $j\neq k, k+\ell$ 이면 M_{ij} 에는 같은 열이 두 개 있으므로, $\widehat{A}_{ij}$ 의 정의에 의해 $\widehat{A}_{ij}=0$ 이다. 따라서

$$D_i(A) = (-1)^{i+k}a_{ik}\widehat{A}_{ik} + (-1)^{i+(k+\ell)}a_{i,k+\ell}\widehat{A}_{i,k+\ell}$$

의 두 개 summand 만이 남는다. 그러나, $a_{ik} = a_{i,k+\ell}$ 이고,

$$\widehat{A}_{i,k+\ell} = (-1)^{\ell-1}\widehat{A}_{ik}$$

이므로 (왜 그런가?), $D_i(A)=0$.

(iv) $D_i(I_n)=1$ 인가? $D_i(I_n) = (-1)^{i+i}\det(I_{n-1}) = 1$. □