

집합과 수리논리 기말고사

2002 년 6 월 11 일

1. (가) 동치관계의 정의를 써라
(나) 분할의 정의를 써라
(다) 동치관계로부터 분할을 얻는 방법을 써라
(라) 분할로부터 동치관계를 얻는 방법을 써라.
2. (가) 순서집합(partially ordered set)의 정의를 써라
(나) 순서집합의 정의에 나오는 세 공리가 서로 독립적인가 살펴보아라. 즉, 어느 두 공리는 만족하지만 다른 하나의 공리를 만족하지 않는 예들을 찾을 수 있는지 살펴 보아라.
3. (가) 집합 X 에 대하여 X^+ 의 정의를 써라.
(나) 자연수 m, n 에 대하여, $m^+ = n^+$ 이면 $m = n$ 임을 보여라.
(다) 자연수 사이의 더하기를 정의하고, 결합법칙을 증명하여라.
4. (가) 자연수 전체의 집합 \mathbb{N} 에서 구간 $[0, 1]$ 로 가는 전사함수가 존재하지 않음을 증명하여라.
(나) 집합 X 에서 멱집합 2^X 로 가는 전사함수가 존재하지 않음을 증명하여라.
(다) 위 두 증명이 사실상 같은 논증 방법임을 설명하여라.
5. (가) 선택함수의 정의를 쓰고, 선택공리를 기술하여라.
(나) 선택공리와 동치인 명제를 하나 쓰고, 이 명제와 선택공리가 동치임을 보여라.
6. 다음 집합들을 기수가 같은 것끼리 분류하고 그 이유를 써라.
 A : 자연수 전체의 집합 \mathbb{N}
 B : 유리수 전체의 집합 \mathbb{Q}
 C : 실수 전체의 집합 \mathbb{R}
 D : 유리수열 전체의 집합
 E : 실수열 전체의 집합
 F : 집합 \mathbb{N} 사이에 정의된 함수 전체의 집합
 G : 집합 \mathbb{N} 사이에 정의된 전단사 함수 전체의 집합
 H : 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 함수 전체의 집합
 I : 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 일차함수 전체의 집합
 J : 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 다항식함수 전체의 집합
 K : 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 해석함수 전체의 집합
 L : 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 연속함수 전체의 집합
7. (가) 서수들 사이의 더하기와 곱하기의 정의를 써라.
(나) 서수들 사이의 더하기와 곱하기에서 교환법칙이 성립하지 않음을 보여라.
8. 만일 $A \preceq B$ 이고 $B \preceq A$ 이면 $A \approx B$ 임을 증명하여라.
9. 아무거나 써라.