

# 집합과 수리논리 기말고사

2007년 6월 12일

1.
  - (가) 데데킨드 절단으로 실수를 구성할 때, 실수 하나 하나를 어떻게 이해하는지 써라.
  - (나) 코시 수열로 실수를 구성할 때, 실수 하나 하나를 어떻게 이해하는지 써라.
2. 완비 순서체는 모두 같은 것이라는 말의 의미를 명확하게 기술하여라.
3. 선택공리 및 이와 동치인 명제를 아는대로 써라. 이 때 명제에 나오는 용어들의 정의를 써라.
4. 어떤 자연수와도 동등하지 않는 집합은 자연수 전체의 집합과 동등한 부분집합을 가짐을 보여라.
5. 임의의 집합  $X$ 는  $2^X$ 와 동등하지 않음을 보여라. 논증 방식이 칸토르의 대각선 방법과 어떻게 관련되는지 설명하여라.
6. 만일  $A \preccurlyeq B$ 이고  $B \preccurlyeq A$ 이면  $A \approx B$ 임을 증명하여라.
7. 다음 집합들을 기수가  $\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2, \dots$  중 어느 것인지 밝히고, 그 이유를 간단히 써라. (단, 연속체 가설을 가정한다.)
  - (1) 자연수 전체의 집합  $\mathbb{N}$
  - (2) 유리수 전체의 집합  $\mathbb{Q}$
  - (3) 실수 전체의 집합  $\mathbb{R}$
  - (4) 집합  $\mathbb{N}$ 의 부분집합 전체의 집합
  - (5) 집합  $\mathbb{N}$ 의 무한부분집합 전체의 집합
  - (6) 집합  $\mathbb{R}$ 의 부분집합 전체의 집합
  - (7) 집합  $\mathbb{R}$ 의 열린부분집합 전체의 집합
  - (8) 유리수열 전체의 집합
  - (9) 실수열 전체의 집합
  - (10) 집합  $\mathbb{N}$  사이에 정의된 함수 전체의 집합
  - (11) 집합  $\mathbb{N}$  사이에 정의된 전단사 함수 전체의 집합
  - (12) 집합  $\mathbb{N}$  사이에 정의된 순증가 함수 전체의 집합
  - (13) 집합  $\mathbb{R}$  사이에 정의된 일차함수 전체의 집합
  - (14) 집합  $\mathbb{R}$  사이에 정의된 다항식함수 전체의 집합
  - (15) 집합  $\mathbb{R}$  사이에 정의된 해석함수 전체의 집합
  - (16) 집합  $\mathbb{R}$  사이에 정의된 연속함수 전체의 집합
  - (17) 집합  $\mathbb{R}$  사이에 정의된 함수 전체의 집합
8.
  - (가) 서수들 사이의 더하기와 곱하기의 정의를 써라.
  - (나)  $\omega + 1 \neq 1 + \omega$  및  $\omega^2 \neq 2\omega$ 임을 설명하여라.
9. 연속체 가설이 집합론의 다른 공리들과 무모순이고 독립적이라는 말이 무슨 뜻인지 설명하여라.
10. 아무거나 써라.