

인문사회계를 위한 수학 I 시험

2012 년 5 월 15 일

문제 1

- (1) 사인함수 $y = \sin x$ 의 정의를 쓰고 그 그래프를 그려라.
- (2) 극한 공식 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$ 이 위 그래프에서 어떤 의미를 가지는지 설명하여라.

문제 2 실수축의 원점을 중심으로 좌우로 진동하는 점의 위치가 시각 t 일 때 $x(t)$ 로 주어지면 관계식 $x''(t) = -x(t)$ 를 만족한다고 한다. 이 관계식의 의미를 설명하여라. 이런 관계식을 만족하는 서로 다른 함수를 세 개 찾아라.

문제 3 가우스는 임의의 복소계수 다항식이 일차식으로 인수분해됨을 증명하였다.

- (1) 이를 이용하여 임의의 실계수 다항식은 일차식과 이차식으로 인수분해됨을 증명하여라.
- (2) 방정식 $x^7 - 1 = 0$ 의 실수가 아닌 해 가운데 편각이 가장 작은 것을 α 라 두었을 때, 이를 이용하여 다항식 $x^7 - 1$ 을 일차식의 곱으로 인수분해하여라.
- (3) 다항식 $x^7 - 1$ 을 실계수 일차식과 이차식의 곱으로 인수분해하여라.
- (4) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ 의 값을 구하여라.

문제 4 함수 $F : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ 을 다음

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt, \quad x \geq 1$$

과 같이 정의하자. 정적분의 정의를 이용하여, 임의의 $x, y > 1$ 에 대하여 등식

$$F(xy) = F(x) + F(y)$$

이 성립함을 증명하여라.

문제 5 실수 e 가 어떤 수인지 그 특성을 아는대로 써라.

문제 6 함수 $y = xe^{-x^2}$ 의 그래프를 그려라.

문제 7

- (1) 실수 $x > 1$ 에 대하여 적분값 $\int_1^x \ln t dt$ 가 어떤 영역의 넓이를 나타내는지 좌표평면 위에 표시하여라.
- (2) 이 영역을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시켜서 그 넓이를 구함으로써, 적분값 $\int_1^x \ln t dt$ 를 x 에 관한 식으로 표시하여라.
- (3) 로그함수 $y = \ln x$ 의 원시함수를 찾아라.

문제 8 다음 정적분의 값을 구하여라.

$$(1) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad (2) \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \quad (3) \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x-1}{x(x^2+1)} dx$$

문제 9 아무 거나 써라.