

집합과 수리논리 기말고사

2014 년 6 월 16 일

1. 선택공리를 쓰고, 이에 등장하는 용어의 정의도 함께 써라. 선택공리와 동치인 명제들을 아는 대로 쓰고, 여기에 등장하는 용어의 정의도 함께 써라.
2. 임의의 집합 X 는 2^X 와 대등하지 않음을 보이고, 이 논증 방식이 칸토르의 대각선 방법과 어떻게 관련되는지 설명하여라.
3. 다음 서수들이 어떤 정렬집합인지 설명하여라.

$$\omega, \quad \omega + 1, \quad 2\omega, \quad \omega 2, \quad \omega^2, \quad 2^\omega, \quad \omega^\omega$$

4. 집합 A 가 자연수 집합 \mathbb{N} 과 대등한 부분집합을 가지면 $A \approx A \times A$ 가 성립함을 보여라.
5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \preccurlyeq B$ 이고 $B \preccurlyeq A$ 이면 $A \approx B$ 이 성립함을 증명하여라.
6. 다음 집합들을 ‘대등’이라는 동치관계에 의거하여 분류하라. 다만 쓰면 됨
 - (1) 자연수 전체의 집합 \mathbb{N}
 - (2) 정수 전체의 집합 \mathbb{Z}
 - (3) 유리수 전체의 집합 \mathbb{Q}
 - (4) 실수 전체의 집합 \mathbb{R}
 - (5) 집합 \mathbb{N} 의 부분집합 전체의 집합
 - (6) 집합 \mathbb{N} 의 유한부분집합 전체의 집합
 - (7) 집합 \mathbb{N} 의 무한부분집합 전체의 집합
 - (8) 집합 \mathbb{R} 의 부분집합 전체의 집합
 - (9) 실수열 전체의 집합
 - (10) 집합 \mathbb{N} 사이에 정의된 함수 전체의 집합
 - (11) 집합 \mathbb{N} 사이에 정의된 전단사 함수 전체의 집합
 - (12) 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 연속함수 전체의 집합
 - (13) 집합 \mathbb{R} 사이에 정의된 함수 전체의 집합

7. 서수 $\aleph_1 = \min\{\xi : \aleph_0 < \text{card}(\xi) \leq 2^{\aleph_0}\}$ 을 Ω 라 쓰고, Ω 보다 작거나 같은 서수 전체의 집합을 Ω' 이라 쓰자.
 - (가) 만일 $\xi \in \Omega'$ 이고, $\xi \neq \Omega$ 이면 $\text{card}(S_\xi) \leq \aleph_0$ 임을 보여라.
 - (나) 만일 $A \subset \Omega'$ 가 $\text{card}(A) = \aleph_0$ 이고 $\Omega \notin A$ 이면 $\sup A < \Omega$ 임을 보여라.

8. 아무거나 써라.