인문사회계를 위한 수학 2 시험

2016 년 10 월 20 일

문제 1 벡터의 내적에 관한 다음 물음에 답하라.

(가) 내적의 정의를 써라.
(나) 쉬바르쯔 부등식을 쓰고 증명하라.
(다) 이 부등식에서 등호가 성립할 필요충분조건을 쓰고, 이를 증명하라.

문제 2 다음과 같이 공간좌표에서 방정식

$$\frac{x-b_1}{a_1}=\frac{y-b_2}{a_2}=\frac{z-b_3}{a_3}, \qquad c_1x+c_2y+c_3z=d$$

으로 주어진 직선과 평면에 대하여 다음 물음에 답하라.

(가) 위 직선과 평면이 무수히 많은 점에서 만나는지, 만나지 않는지, 한 점에서 만나는지, 계수 a_i, b_i, c_i, d를 보고 판단하는 방법을 설명하라.
(나) 공간의 직선과 평면의 위치 관계는 위에서 언급한 세 가지 밖에 없음을 설명하라.
(다) 서로 만나지 않는 평면과 직선의 예를 들어라.

문제 3 매개화된 곡선 $X(t)=\left(\dfrac{1-t^2}{1+t^2},\ \dfrac{2t}{1+t^2},\ t^2+1\right)$ 위의 한 점 $(1,0,1)$ 에서 그은 접선의 방정식을 구하여라.

문제 4 평면에서 원점과 단위원 위의 점 $A=(a,b)$에 의하여 결정되는 직선에 떨어지는 정사영 $P:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$에 대하여 다음 물음에 답하라.

(가) P가 선형변환인지 살펴보고, 선형변환인 경우 이에 대응하는 행렬을 구하여라.
(나) 집합 $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : P(x,y)=A\}$가 어떤 도형인지 답하고, 이를 방정식으로 표현하라.

문제 5 다음 이차동차식에 의하여 정의된 함수가 원점에서 최대값을 가지는지, 최소값을 가지는지, 아니면 안장점이 되는지 판정하라.

(가) $f(x,y)=x^2-2xy+y^2$
(나) $f(x,y,z)=xy+yz+zx$

문제 6 3×3 행렬의 행렬식 구하는 방법을 아는대로 쓰고, 그 중 하나를 택하여 다음 행렬의 행렬식을 구하여라.

$$\begin{pmatrix}-1 & 2 & 4\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & -6 & 3\end{pmatrix}$$

문제 7 아무거나 써라.