

인문사회계를 위한 수학 2 시험

2016 년 12 월 8 일

문제 1

- (가) 함수 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 이 점 $P \in \mathbb{R}^n$ 에서 미분가능하다는 말의 정의를 써라.
- (나) $n = 1$ 일 때 미분계수의 정의를 쓰고, 이에 해당하는 것이 그래디언트임을 설명하라.
- (다) 그래디언트가 점 $P \in \mathbb{R}^2$ 에 관계없이 일정한 이변수함수 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 를 모두 찾아라.
- (라) 그래디언트 벡터가 가지는 의미를 아는대로 설명하여라.
- (마) 다음 두 문장의 의미를 각각 설명하여라.
 - 함수 $y = ax$ 의 미분은 상수함수이다,
 - 함수 $y = ax$ 의 미분은 자기 자신이다.

문제 2 다음 함수들에 대하여 극소점, 극대점, 안장점을 모두 구하여라. 또한, 최대값과 최소값을 가지는지 살펴보고, 가지는 경우 그 값을 구하여라.

- (가) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3xy$
- (나) $f(x, y) = x^3y - xy^3$

문제 3 반지름의 길이가 1인 구 속에 내접하는 직육면체 가운데 그 길쭉이가 최대인 것의 길쭉이를 구하여라.

문제 4 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2^2} = 1$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

- (가) 타원 위의 점 (x_0, y_0) 에서 그은 접선의 방정식을 구하여라.
- (나) 이 타원에 내접하는 직사각형 가운데 넓이가 가장 큰 것을 구하여라.
- (다) 이 타원에 내접하는 직사각형 가운데 둘레가 가장 큰 것을 구하여라.

문제 5 함수 f 와 일대일 변환 G 에 관한 치환적분 공식 $\iint_{G(W)} f = \iint_W (f \circ G) |\det J_G|$

에 대하여 다음 물음에 답하라.

- (가) f 와 G 가 모두 일변수함수이고 $W = [a, b]$ 일 때, 위 공식을 증명하라.
- (나) f 가 상수함수이고 G 가 선형변환이고 $W = [a, b] \times [c, d]$ 일 때, 위 공식이 성립함을 설명하라.

문제 6 좌표평면의 세 점 $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 위에서 이변수함수 $f(x, y) = x + y$ 의 적분값을 구하여라.

문제 7 극한값 $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A e^{-x^2} dx$ 의 값을 구하라.

문제 8 아무거나 써라.