

해석개론 1 시험

2017년 4월 4일

1. 완비성공리를 써라. 또한, 이와 논리적으로 동치인 명제들을 아는대로 써라.
2. 아르키미데스 법칙이 무엇인지 써라. 또한, 이를 이용하여 유리수 전체의 집합은 실수 전체의 집합에서 조밀함을 보여라.
3. 수열값이 0 또는 1인 수열 전체의 집합을 X 라 두자. 즉, X 는 \mathbb{N} 에서 $\{0,1\}$ 로 가는 함수 전체의 집합이다. 임의의 함수 $f: \mathbb{N} \rightarrow X$ 는 전사함수가 아님을 증명하여라.
4. 다음 문장들의 정의를 쓰고, 이와 함께 그 부정을 써라.
 - (가) 수열 $\langle x_n \rangle$ 이 유계이다.
 - (나) 수열 $\langle x_n \rangle$ 이 x 로 수렴한다.
 - (다) 수열 $\langle x_n \rangle$ 이 코시수열이다.
5. 다음 수열 $\langle a_n \rangle$ 이 수렴하는지 살펴보아라. 수렴하는 경우 극한값을 구하고, 수렴하지 않는 경우에는 그 상극한과 하극한을 구하여라.
 - (가) $a_n = \sin n\pi$
 - (나) $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n}$
6. 임의의 집합 $A \subset \mathbb{R}^n$ 에 대하여 다음이 성립하는지 살펴보아라. [A^c 는 A 의 여집합을 의미한다.]
 - (가) $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$
 - (나) $(\text{int}(A^c))^c = \overline{A}$
7. 다음 두 명제는 서로 동치임을 보여라.
 - (가) 집합 $A \subset \mathbb{R}^n$ 이 닫힌집합이다.
 - (나) 집합 A 안에 있는 임의의 코시수열이 A 의 한 점으로 수렴한다.
8. 아무거나 써라.