집합과 수리논리 중간고사

2018 년 4 월 18 일

1. 자연수 전체의 집합 $\mathbb{N}$에서 다음 집합으로 가는 전사함수가 존재하는지 밝혀라.
   (가) 0과 1로 이루어진 무한수열 전체의 집합
   (나) 0과 1로 이루어진 무한수열들 가운데, 1이 유한번 등장하는 수열 전체의 집합
   (다) 0과 1로 이루어진 무한수열들 가운데, 1이 무한번 등장하는 수열 전체의 집합

2. 집합 X, Y, Z에 대하여 다음 등식이 성립하는지 확인하여라.
   (가) $X^Z \cup Y^Z = (X \cup Y)^Z$
   (나) $X^Z \cap Y^Z = (X \cap Y)^Z$

3. 집합 X에 동치관계를 정의하는 다음 두 명제를 생각하자.
   (가) $x \sim y \longrightarrow y \sim x$
   (나) $x \sim y,\ y \sim z \longrightarrow x \sim z$
   이로부터 임의의 $x \in X$에 대하여 $x \sim x$를 증명할 수 있는지 밝혀라.

4. 자연수 n의 원소는 다시 자연수임을 증명하여라. 자연수 n의 부분집합이 항상 자연수인가 밝혀라.

5. 자연수 집합으로부터 정수 집합을 정의하고, 정수 사이의 순서를 정의하는 방법을 설명하여라. 이 정의가 잘 정의되어 있는지 살펴보아라.

6. 정수집합으로부터 유리수집합을 구성하고 연산과 순서를 정의하는 방법을 설명하여라.

7. 실수집합 $\mathbb{R}$을 데데킨트 절단으로 정의하는 방법을 설명하고, 이 경우 $\sqrt{2}$를 어떻게 정의하는지 설명하여라.

8. 아무 거나 써라.