

집합과 수리논리 기말고사

2018 년 6 월 11 일

1. 기본열을 이용하여 실수를 정의하였을 때, “양수”가 어떤 것들인지 정의하고 이 정의가 순서체의 정의에 부합됨을 보여라.
2. 선택공리를 쓰고, 이에 등장하는 용어의 정의도 함께 써라. 또한, 선택공리와 동치인 명제들을 아는대로 쓰고, 이 명제들에 등장하는 등장하는 용어의 정의를 써라.
3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \preceq B$ 이고 $B \preceq A$ 이면 $A \approx B$ 이 성립함을 증명하여라.
4. 집합 A 가 자연수 집합 \mathbb{N} 과 대등한 부분집합을 가질때, $A \approx A \times A$ 및 $2^A \approx A^A$ 가 성립함을 보여라.
5. 서수 ω 에 대하여 $\text{card } \omega < \text{card } \xi \leq \text{card } 2^\omega$ 를 만족하는 서수 ξ 전체의 집합의 최소 원소를 Ω 라 두고, Ω 보다 작거나 같은 서수 전체의 집합을 Ω' 이라고 하자.
 - (가) 집합 Ω' 은 셀수없는 집합임을 보여라.
 - (나) 임의의 $\xi \in \Omega' \setminus \{\Omega\}$ 에 대하여 절편 S_ξ 는 셀수있는 집합임을 보여라.
 - (다) 임의의 셀수있는 부분집합 $A \subset \Omega' \setminus \{\Omega\}$ 에 대하여 $\sup A < \Omega$ 임을 보여라.
6. 다음 집합들을 동등한 것들끼리 분류하여라.
 - (1) 자연수 전체의 집합 \mathbb{N}
 - (2) 실수 전체의 집합 \mathbb{R}
 - (3) 집합 \mathbb{N} 의 부분집합 전체의 집합
 - (4) 집합 \mathbb{N} 의 유한부분집합 전체의 집합
 - (5) 집합 \mathbb{N} 의 무한부분집합 전체의 집합
 - (6) 집합 \mathbb{R} 의 부분집합 전체의 집합
 - (7) 집합 \mathbb{R} 의 셀수있는 부분집합 전체의 집합
 - (8) 집합 \mathbb{R} 의 셀수없는 부분집합 전체의 집합
 - (9) 실수열 전체의 집합
 - (10) 유리수열 전체의 집합
 - (11) 0과 1로 구성된 수열 전체의 집합
 - (12) 유한개의 항을 제외한 항들이 0인 유리수열 전체의 집합
 - (13) 집합 \mathbb{N} 사이에 정의된 함수 전체의 집합
 - (14) 집합 \mathbb{N} 사이에 정의된 전단사 함수 전체의 집합
7. 아무거나 써라.