해석개론 1 시험

2019 년 10 월 10 일

1. 완비성공리에 대한 다음 물음에 답하여라.
   (1) 완비성공리를 써라. 또한, 공리를 서술하는 데에 나오는 용어들의 정의도 써라.
   (2) 아르키메데스 성질을 만족하는 순서체에 대하여, 완비성공리와 동치인 명제들을 아는 대로 써라.

2. 다음 문장의 정의를 쓰고, 그 부정을 써라.
   (1) 수열 $\langle x_n \rangle$ 이 실수 x로 수렴한다.
   (2) 수열 $\langle x_n \rangle$ 이 코시수열이다.

3. 임의의 실수열 $\langle x_n \rangle$ 에 대한 다음 부등식을 증명하여라. 또한 등호가 성립하는 예와 성립하지 않는 예를 각각 들어라.

$$\limsup_{n\to\infty} x_n \leq \sup\{x_n : n = 1, 2, 3, \dots\}$$

4. 다음 수열 $\langle x_n \rangle$ 이 수렴하는지 살펴보아라.
   (1) $x_n = (1+\sqrt{n})\,\sin\dfrac{n\pi}{2}$
   (2) $x_n = \sin n$
   (3) $x_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{3^k}{k!}$
   (4) $x_1 = 1,\ x_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{x_n}$

5. 다음 명제들이 옳은지 그른지 살펴보아라.
   (1) 임의의 집합 A, B에 대하여 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$가 성립한다.
   (2) 임의의 집합 A에 대하여 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$가 성립한다.
   (3) 임의의 집합 A에 대하여 $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$가 성립한다.

6. 아무 거나 써라.