

인문사회계를 위한 수학 2 시험

2021 년 12 월 8 일 18:00~20:00

문제 1 (10)

- (가) 함수 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 이 점 $P \in \mathbb{R}^n$ 에서 미분가능하다는 것이 무슨 의미인가 그 정의를 써라.
- (나) 위 정의를 $n = 1$ 인 경우 적용하였을 때, 일변수 함수의 미분가능성과 같은 의미임을 설명하여라.

문제 2 (10)

- (가) “이변수함수의 그래디언트는 등고선에 수직이다”라는 말이 무슨 의미인지 명확하게 서술하고 증명하여라.
- (나) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 한 점 (x_0, y_0) 을 지나는 접선의 방정식을 구하여라.

문제 3 (15) 함수

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

에 대하여 다음 물음에 답하라.

- (가) 이 함수가 원점에서 연속임을 보여라.
- (나) 이 함수가 원점에서 미분가능한지 살펴보아라.
- (다) 이 함수의 이계미분계수 $D_1D_2f(0, 0)$ 과 $D_2D_1f(0, 0)$ 가 존재하는지 살펴보고, 존재하는 경우 그 값을 구하여라.

문제 4 (15) 다음 함수들의 극대점, 극소점 및 안장점을 모두 구하여라.

- (가) $f(x, y) = x^2y^2$
- (나) $f(x, y) = x^3y - xy^3$
- (다) $f(x, y) = 3xy - x^2y - xy^2$

문제 5 (15) 집합 $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ 위에서 함수 $f(x, y, z) = xy + yz + zx$ 의 최대값과 최소값을 구하여라.

문제 6 (20) 다음 적분값을 구하여라.

- (가) $\iint_T \frac{\sin x}{x} dx dy$, 단, T 는 세 직선 x 축, $y = x$ 및 $x = 1$ 로 둘러싸인 삼각형
- (나) $\iint_T (x^2 + y^2) dx dy$, 단, T 는 $(0, 0)$, $(2, 1)$ 및 $(-3, 1)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형

문제 7 (15) 극한값 $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A e^{-x^2} dx$ 을 구하여라.

문제 8 아무거나 써라.